Dietmar Herrmann

Herrmanns Programm Sammlung

Basic CBM

für CBM 2000, 3000, 4000, 8000, VC 20

2

Wirtschaft



Dietmar Herrmann

Herrmanns Programm Sammlung

Basic CBM

für CBM 2000, 3000, 4000, 8000, VC 20

2

Wirtschaft



CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Herrmann, Dietmar:
(Programmsammlung)
Herrmanns Programmsammlung / Dietmar Herrmann.
— Vaterstetten: IWT Verlag.
Basic CBM: für CBM 2000, 3000, 4000, 8000, VC 20.
2. Wirtschaft. — 1983
ISBN 3-88322-014-0

ISBN 3-88 322-014-0
1. Auflage 1983

Printed in Western Germany

Holdenrieds Druck- und Verlags-GmbH, Füssen
Umschlaggestaltung: Kaselow und Partner, München

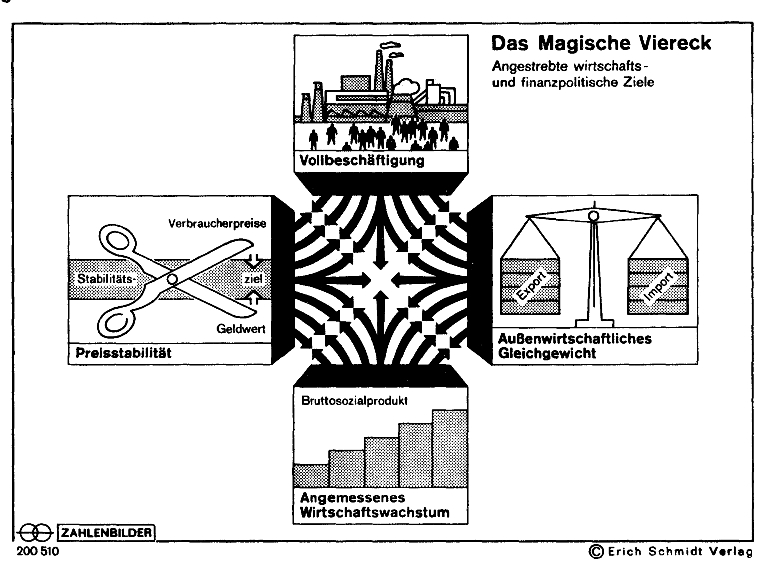
VORWORT

Dies ist der zweite Band einer Reihe von BASIC-Programmsammlungen für CBM-Computer. Er enthält 40 Programme aus den Bereichen Finanzmathematik, Unternehmensforschung (Operations Research) und Betriebswirtschaft.

Wirtschaftliche Fragestellungen treffen jeden von uns, entweder als Steuerzahler, Sparer oder Kreditnehmer. So werden hier für alle Praktiker, Studenten und Computerfans zahlreiche nützliche und anwendungsbezogene Programme aus vielfältigen Bereichen wie

- Zins- und Rendite-Berechnungen
- Renten- und Tilgungsrechnungen
- Optimierungs- und Entscheidungstheorie
- Investitionsrechnung
- Lohnsteuer
- Abschreibungen

vorgestellt.



Alle Programme werden durch zahlreiche, durchgerechnete Beispiele erläutert und durch vollständige Programm-Ausdrucke ergänzt. Es werden keine speziellen Maschinenbefehle benützt, so daß die Programme ohne Änderung auf allen CBM-Computern laufen.

Dem Verlag danke ich für die Herausgabe des Bandes und für die stets freundliche Zusammenarbeit.

Anzing, im März 1983

INHALT

Seite

Seite

1. WOCHENTAGSBESTIMMUNG

Bei Zinsrechnungen, Zahlungsfristen usw. ist es wichtig zu wissen, auf welchen Wochentag ein bestimmtes Datum fällt. Zur Wochentagsbestimmung gibt es mehrere Verfahren. Bekannt ist das Verfahren von Zeller (siehe z.B. [6]) oder die Ermittlung über das Julianische Datum, wie es z.B. in der Raumfahrt und der Astronomie geschieht.

Zum folgenden Programm

Für ein beliebiges Datum zwischen 1901 – 2099 wird der Wochentag durch Zählung der Tage ab dem 1.1.1901 bestimmt. Für das Jahr J gibt

$$(J-1901) \cdot 1461/4$$

die Anzahl der Tage seit dem 1.1.1901 bis zum 31.12. des Vorjahrs. Dazu muß noch die Nummer des Tages im laufenden Jahr gezählt werden.

Die Monatsersten eines Nichtschaltjahres haben die Nummern

0, 31, 59, 90, 120, 151, 181, 212, 243, 273, 304 und 334.

Diese Zahlenfolge kann durch den Term

$$INT((158*M-157/5)+(M+1)*(M>2)$$

beschrieben werden; dabei hat der Boolesche Term $M>2$ in CBM-BASIC den Wert

$$(M>2) = \begin{cases} -1 & \text{für } M>2 \\ 0 & \text{für } M\leqslant 2 \end{cases}$$

Bei Schaltjahren erhöht sich die Tageszahl in den Monaten März bis Dezember um eins; dies leistet der Term

$$(INT(A/4)=A/4)*(M>2).$$

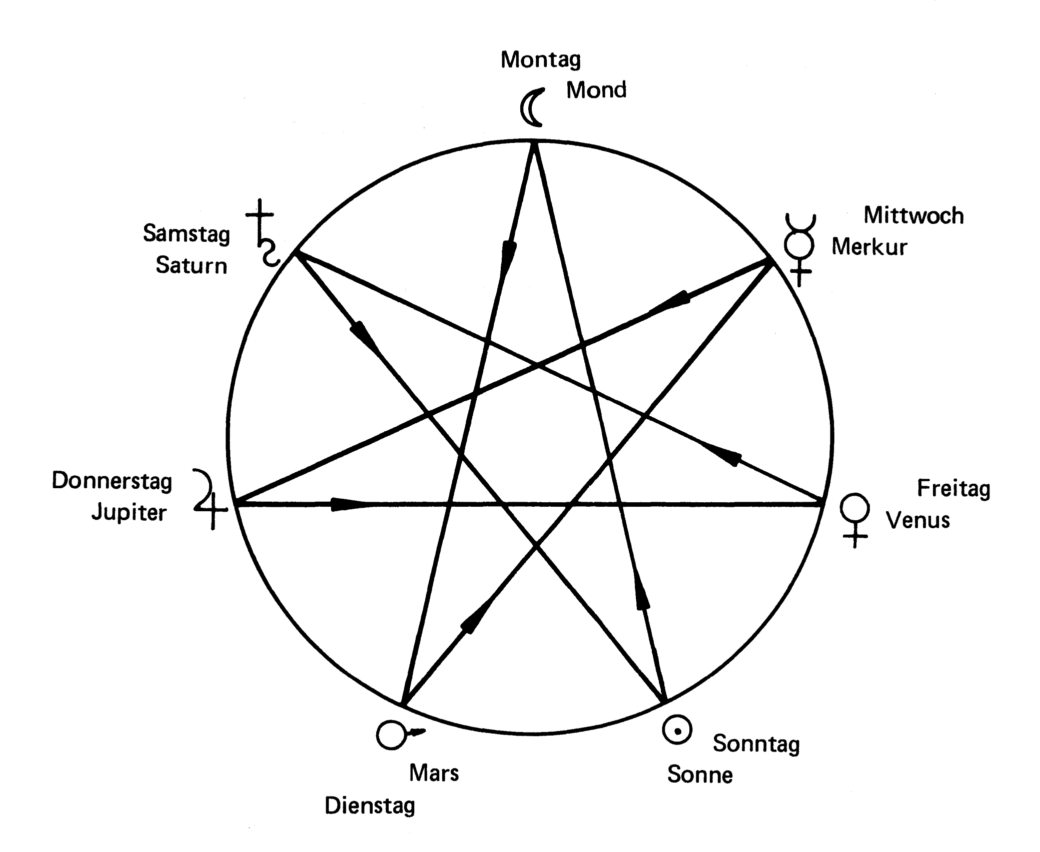
Da der 1.1.1901 ein Dienstag war, kann durch Berechnung des Siebenerrestes der gesuchte Wochentag bestimmt werden. Es gilt die Codierung:

0 = Sonntag, 1 = Montag, 2 = Dienstag usw.

Beispiel

Eingabe des Datums 1.1.2000 in der Form 01.01.2000 liefert den Wochentag Samstag.

Die Wochentage und ihre namensgebenden Planeten



```
100 REM WOCHENTAGSBESTIMMUNG
110 :
120 PRINT"WOCHENTAGSBESTIMMUNG"
130 PRINT"DATUM IN DER FORM TT.MM.JJJJ EINGEBEN"
140 INPUT"DATUM";D$
150 T=VAL(MID$(D$,1,2))
160 M=VAL(MID$(D$,4,2))
170 J=VAL(MID$(D$,7,4))
180 IF T>31 OR M>12 THEN PRINT"EINGABEFEHLER":GOTO 140
190 IF J<1901 THEN PRINT"EINGABEFEHLER":GOTO 140
200 GOSUB 290
210 D=D-7*INT(D/7)
220 FOR I=0 TO 6
230 READ W$(I)
240 NEXT I
250 :
260 PRINT"DER";T;".";M;".";J;"IST EIN ";W$(D)
270 END
280 :
290 REM TAGESNUMMER SEIT DEM 1.1.1901
300 D=INT((J-1901)*1461/4)+1+T+INT((158*M-157)/5)
310 D=D+(M>2)*(M-(INT(J/4)<J/4))
320 RETURN
330 :
340 DATA SONNTAG,MONTAG,DIENSTAG,MITTWOCH,DONNERSTAG,FREITAG,SAMSTAG
READY.
```

```
WOCHENTAGSBESTIMMUNG

"
DATUM IN DER FORM TT.MM.JJJJ EINGEBEN
DATUM? 01.01.2000

DER 1.1.2000 IST EIN SAMSTAG
```

2. BEWEGLICHE FEIERTAGE

Zur Terminplanung und Bewertung von Umsatzstatistiken ist die Bestimmung der beweglichen Feiertage von Bedeutung.

Seit dem Konzil von Nicäa (325 nach Chr.) ist das Osterfest auf den ersten Sonntag nach dem Vollmond festgelegt, der dem Frühlingsanfang (Frühlings-Tagundnachtgleiche) folgt. Da das Sonnenjahr kein Vielfaches der Mondperiode von 29,5 Tagen ist, verschiebt sich somit der jährliche Ostertermin.

Verfahren zur Bestimmung des Osterdatums stammen von dem Astronomen Aloysius Lillius und dem Jesuiten Christopher Clavius und später von dem Mathematiker Carl Friedrich Gauß. Die Gaußsche Osterformel ist in [6] dargestellt.

Zum folgenden Programm

Das Programm berechnet den Termin des Osterfestes für die Jahre 1901 bis 2099 nach der Gaußschen Osterformel.
Bei Kenntnis des Osterdatums lassen sich auch die übrigen beweglichen Feiertage berechnen: Es liegt

Rosenmontag	48 Tage vor	Ostern
Christi Himmelfahrt	39 Tage nach	
Pfingstsonntag	49 Tage nach	
Fronleichnam	60 Tage nach	

Mit Hilfe der in Programm 1 verwendeten Tageszählung können die Zeitpunkte der genannten Feiertage bestimmt werden.

Beispiel

Für das Jahr 1984 liefert das Programm
Rosenmontag 5. März
Ostersonntag 22. April
Christi Himmelfahrt 31. Mai
Pfingstsonntag 10. Juni
Fronleichnam 21. Juni

```
100 REM BEWEGLICHE FEIERTAGE
110 :
120 PRINT"▯":INPUT"WELCHES JAHR";J
130 IF J<1901 OR J>2099 THEN PRINT"ANDERES JAHR EINGEBEN":GOTO 120
140 PRINT"▯▯▯BEWEGLICHE FEIERTAGE IM JAHR";J
150 FOR I=2 TO 6
160 READ M$(I)
170 NEXT I
180 :
190 A=J-INT(J/19)*19
200 B=J-INT(J/4)*4
210 C=J-INT(J/7)*7
220 D=19*A+24:D=D-INT(D/30)*30
230 E=2*B+4*C+6*D+5:E=E-INT(E/7)*7
240 F=D+E-9
250 IF(F=26 OR F=25 AND D=28 AND A>10)THEN G=G-7
260 N=F+90-(INT(J/4)=J/4)
270 :
280 PRINT"▯▯ROSENMONTAG ";:M=N-48
290 GOSUB 400
300 PRINT"OSTERSONNTAG ";:M=N
310 GOSUB 400
320 PRINT"CHRISTI HIMMELFAHRT ";:M=N+39
330 GOSUB 400
340 PRINT"PFINGSTSONNTAG ";:M=N+49
350 GOSUB 400
360 PRINT"FRONLEICHNAM ";:M=N+60
370 GOSUB 400
380 END
```

```
 390 :
 400 REM DATUMSBERECHNUNG
 410 FOR I=6 TO 2 STEP -1
 420 T=INT((158*I-157)/5)+(I>2)*(I-(INT(J/4)<J/4))
 430 IF M>T THEN PRINT M-T;".";M$(I)"█":RETURN
 440 NEXT I
 450 :
 460 DATA FEBRUAR,MAERZ,APRIL,MAI,JUNI
READY.
```

```
.
BEWEGLICHE FEIERTAGE IM JAHR 1984


ROSENMONTAG  5 .MAERZ

OSTERSONNTAG  22 .APRIL

CHRISTI HIMMELFAHRT  31 .MAI

PFINGSTSONNTAG  10 .JUNI

FRONLEICHNAM  21 .JUNI
```

BEWEGLICHE FEIERTAGE IM JAHR 1985

ROSENMONTAG 18 .FEBRUAR

OSTERSONNTAG 7 .APRIL

CHRISTI HIMMELFAHRT 16 .MAI

PFINGSTSONNTAG 26 .MAI

FRONLEICHNAM 6 .JUNI

BEWEGLICHE FEIERTAGE IM JAHR 2000

ROSENMONTAG 6 .MAERZ

OSTERSONNTAG 23 .APRIL

CHRISTI HIMMELFAHRT 1 .JUNI

PFINGSTSONNTAG 11 .JUNI

FRONLEICHNAM 22 .JUNI

3. DIFFERENZ ZWISCHEN 2 TERMINEN

Für Zinsberechnungen, Wechseldiskontierung u.ä. benötigt man die Kenntnis der Anzahl von Tagen zwischen zwei Terminen.
Dabei ist zwischen privat- und handelsrechtlichen Vorgängen zu unterscheiden, da bei letzteren das Bankjahr mit 360 Tagen festgesetzt ist. Da hierbei alle Monate einheitlich zu je 30 Tagen gerechnet werden, ist das Bankjahr rechnerisch sehr einfach zu handhaben.

Zum folgenden Programm

Das folgende Programm liefert die Anzahl von Tagen zwischen zwei Terminen nach dem bürgerlichen Kalender. Es benützt das Verfahren der Tageszählung seit dem 1.1.1901, wie es in den Programmen 1 und 2 verwendet wurde.

Beispiel

Ein am 5.8.1942 Geborener ist am 31.12.2000 21333 Tage alt. Zu beachten ist, daß Tage und Monate zweistellig eingegeben werden müssen.

```
100 REM DIFFERENZ ZWISCHEN 2 TERMINEN
110 :
120 PRINT"DIFFERENZ ZWISCHEN 2 TERMINEN"
130 DIM D(2)
140 FOR I=1 TO 2
150 PRINT"TERMIN IN DER FORM TT.MM.JJJJ EINGEBEN"
160 PRINT I;".TERMIN";:INPUT D$
170 T=VAL(MID$(D$,1,2))
180 M=VAL(MID$(D$,4,2))
190 J=VAL(MID$(D$,7,4))
200 IF T>31 OR M>12 THEN PRINT"EINGABEFEHLER":GOTO 160
210 IF J<1901 THEN PRINT"EINGABEFEHLER":GOTO 160
220 GOSUB 300
230 D(I)=D
240 NEXT I
250 D=ABS(D(1)-D(2))
260 :
270 PRINT"DIFFERENZ BETRAEGT=";D;"TAGE"
280 END
290 :
300 REM TAGESNUMMER SEIT DEM 1.1.1901
310 D=INT((J-1901)*1461/4)+1+T+INT((158*M-157)/5)
320 D=D+(M>2)*(M-(INT(J/4)<J/4))
330 RETURN
READY.
```

```
D I F F E R E N Z   Z W I S C H E N


"
TERMIN IN DER FORM TT.MM.JJJJ EINGEBEN
 1 .TERMIN? 31.12.2000

TERMIN IN DER FORM TT.MM.JJJJ EINGEBEN
 2 .TERMIN? 05.08.1942

DIFFERENZ BETRAEGT= 21333 TAGE
```

4. KALENDERDRUCK

Zum folgenden Programm

Das Programm liefert einen vollständigen Jahresüberblick nach Wochentagen. Der Jahreskalender wird tabellarisch ausgedruckt und ist daher in Druckerversion geschrieben. Als Muster kann der folgende Programmausdruck dienen.

Weltkalender mit festen Wochentagen (1937 vom Völkerbund vorgeschlagen, 1954 von der UNO befürwortet)

	Januar April Juli Oktober	Februar Mai August November	März Juni September Dezember
Sonntag	1 8 15 22 29	5 12 19 26	3 10 17 24
Montag	2 9 16 23 30	6 13 20 27	4 11 18 25
Dienstag	3 10 17 24 31	7 14 21 28	5 12 19 26
Mittwoch	4 11 18 25	1 8 15 22 29	6 13 20 27
Donnerstag	5 12 19 26	2 9 16 23 30	7 14 21 28
Freitag	6 13 20 27	3 10 17 24	1 8 15 22 29
Samstag	7 14 21 28	4 11 18 25	2 9 16 23 30
			W

W = Weltfeiertag

```
100 REM KALENDERDRUCK
110 :
120 DIMT(126),M(12)
130 PRINT"DRUCKER EINGESCHALTET (J/N)":INPUT A$
140 IF A$="J" THEN OPEN 1,4:GOTO 160
150 GOTO 130
160 PRINT"GEWUENSCHTES JAHR EINGEBEN";:INPUT J
170 PRINT#1,SPC(29)CHR$(1)CHR$(1)J
180 J=J-1
190 S=37+J+INT(J/4)-INT(J/100)+INT(J/400)
200 S=INT((S/7-INT(S/7))*7+.5)-1
210 IF S=-1 THEN S=6
220 FOR I=1 TO 12:READ M(I):NEXT I
230 J=J+1:IF INT(J/4)-J/4<>0 THEN 250
240 IF INT(J/100)-J/100<>0 OR INT(J/400)-J/400=0 THEN M(2)=29
250 B$(1)="   *                    *":B$(2)="  SO MO DI MI DO FR SA"
260 B$(3)="   *********************":PRINT#1:PRINT#1
270 FORK=1TO4:PRINT#1:PRINT#1:PRINT#1:PRINT#1
280 FOR I=1 TO 3:READ M$:PRINT#1,"    *****";M$;"*****";
290 IF I=3 THEN PRINT#1:GOTO 310
300 PRINT#1,"        ";:NEXT I
310 FOR I=1 TO 3:FOR J=1 TO 3:PRINT#1,B$(I);
320 IF J=3 THEN 340
330 PRINT#1,"        ";:NEXT J
340 PRINT#1:NEXT I
350 FOR J=0 TO 2:MO=MO+1:D=0:V=J*7
360 FOR WT=1 TO 7
370 IF D>=M(MO) THEN S=WT-1:NEXT J:GOTO 410
380 D=D+1:T(WT+S+V)=D
```

```
390 IF WT+S>=7 THEN S=0:V=V+21:GOTO 360
400 NEXT WT
410 Z=1
420 FOR I=1 TO 3:PRINT#1,"  ";:FOR J=1 TO 7
430 IF T(Z)=0 THEN PRINT#1,"   ";:GOTO 450
440 PRINT#1,RIGHT$(STR$(T(Z)),2);" ";
450 Z=Z+1
460 IF Z>126 THEN 490
470 NEXT J:IF I=3 THEN PRINT#1:GOTO 420
480 PRINT#1,"       ";:NEXT I
490 FOR I=1 TO 126:T(I)=0:NEXT I:NEXT K
500 PRINT#1,CHR$(147):CLOSE 1:END
510 :
520 DATA 31,28,31,30,31,30,31,31,30,31,30,31
530 DATA"* JANUAR **","* FEBRUAR *","** MAERZ **","** APRIL **"
540 DATA"*** MAI ***","** JUNI ***","** JULI ***","* AUGUST **"
550 DATA" SEPTEMBER ","* OKTOBER *"," NOVEMBER *"," DEZEMBER *"
READY.
```

1984

```
****** JANUAR ******
*                  *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
 1  2  3  4  5  6  7
 8  9 10 11 12 13 14
15 16 17 18 19 20 21
22 23 24 25 26 27 28
29 30 31
```

```
****** FEBRUAR *****
*                  *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
          1  2  3  4
 5  6  7  8  9 10 11
12 13 14 15 16 17 18
19 20 21 22 23 24 25
26 27 28
```

```
******* MAERZ ******
*                  *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
          1  2  3  4
 5  6  7  8  9 10 11
12 13 14 15 16 17 18
19 20 21 22 23 24 25
26 27 28 29 30 31
```

```
******* APRIL ******
*                  *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
                   1
 2  3  4  5  6  7  8
 9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28 29
30
```

```
******** MAI *******
*                  *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
    1  2  3  4  5  6
 7  8  9 10 11 12 13
14 15 16 17 18 19 20
21 22 23 24 25 26 27
28 29 30 31
```

```
******* JUNI *******
*                  *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
             1  2  3
 4  5  6  7  8  9 10
11 12 13 14 15 16 17
18 19 20 21 22 23 24
25 26 27 28 29 30
```

```
******* JULI *******
*                  *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
                   1
 2  3  4  5  6  7  8
 9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28 29
30 31
```

```
****** AUGUST ******
*                  *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
       1  2  3  4  5
 6  7  8  9 10 11 12
13 14 15 16 17 18 19
20 21 22 23 24 25 26
27 28 29 30 31
```

```
***** SEPTEMBER ****
*                  *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
                1  2
 3  4  5  6  7  8  9
10 11 12 13 14 15 16
17 18 19 20 21 22 23
24 25 26 27 28 29 30
```

```
****** OKTOBER *****
*                  *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
 1  2  3  4  5  6  7
 8  9 10 11 12 13 14
15 16 17 18 19 20 21
22 23 24 25 26 27 28
29 30 31
```

```
***** NOVEMBER *****
*                  *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
          1  2  3  4
 5  6  7  8  9 10 11
12 13 14 15 16 17 18
19 20 21 22 23 24 25
26 27 28 29 30
```

```
***** DEZEMBER *****
*                  *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
                1  2
 3  4  5  6  7  8  9
10 11 12 13 14 15 16
17 18 19 20 21 22 23
24 25 26 27 28 29 30
31
```

2000

```
****** JANUAR ******
*                 *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
                   1
 2  3  4  5  6  7  8
 9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28 29
30 31
```

```
****** FEBRUAR *****
*                 *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
       1  2  3  4  5
 6  7  8  9 10 11 12
13 14 15 16 17 18 19
20 21 22 23 24 25 26
27 28 29
```

```
******* MAERZ ******
*                 *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
          1  2  3  4
 5  6  7  8  9 10 11
12 13 14 15 16 17 18
19 20 21 22 23 24 25
26 27 28 29 30 31
```

```
******* APRIL ******
*                 *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
                   1
 2  3  4  5  6  7  8
 9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28 29
30
```

```
******** MAI *******
*                 *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
    1  2  3  4  5  6
 7  8  9 10 11 12 13
14 15 16 17 18 19 20
21 22 23 24 25 26 27
28 29 30 31
```

```
******* JUNI *******
*                 *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
             1  2  3
 4  5  6  7  8  9 10
11 12 13 14 15 16 17
18 19 20 21 22 23 24
25 26 27 28 29 30
```

```
******* JULI *******
*                 *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
                   1
 2  3  4  5  6  7  8
 9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28 29
30 31
```

```
****** AUGUST ******
*                 *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
       1  2  3  4  5
 6  7  8  9 10 11 12
13 14 15 16 17 18 19
20 21 22 23 24 25 26
27 28 29 30 31
```

```
***** SEPTEMBER ****
*                 *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
                1  2
 3  4  5  6  7  8  9
10 11 12 13 14 15 16
17 18 19 20 21 22 23
24 25 26 27 28 29 30
```

```
****** OKTOBER *****
*                 *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
 1  2  3  4  5  6  7
 8  9 10 11 12 13 14
15 16 17 18 19 20 21
22 23 24 25 26 27 28
29 30 31
```

```
***** NOVEMBER *****
*                 *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
          1  2  3  4
 5  6  7  8  9 10 11
12 13 14 15 16 17 18
19 20 21 22 23 24 25
26 27 28 29 30
```

```
***** DEZEMBER *****
*                 *
SO MO DI MI DO FR SA
********************
                1  2
 3  4  5  6  7  8  9
10 11 12 13 14 15 16
17 18 19 20 21 22 23
24 25 26 27 28 29 30
31
```



5. ZINSRECHNUNG

Der Zinsrechnung liegt die bekannte Zinsformel

$$z = \frac{K \cdot p \cdot t}{360 \cdot 100}$$

zugrunde, dabei ist

z	der Zinsertrag in DM
K	das Kapital in DM
p	der jährliche Zinssatz in %
t	die Zeit in Tagen.

Jede der 4 Größen kann mit der Zinsformel aus den übrigen berechnet werden.

Die Frühgeschichte des Geldes



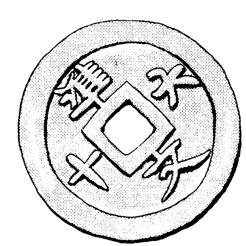


Silbertetradrachme von Athen (um 460 v. Chr.)
Vorderseite: Kopf der Göttin Athene
Rückseite: Eule

Griechische Münze mit dem Kopf des Poliorketes von Makedonien (306 – 283 v. Chr.)



Solidus aus Gold mit dem Kopf Konstantins des Großen (um 280 – 337 n. Chr.)



Chinesische Käschmünze (500 v. Chr. - 1912)



Mainzer Pfennig (um 780) – Die Buchstaben CAROLUS sind das Signet Karls des Großen (742 – 814)



Hohlpfennig (Brakteat) Heinrichs des Löwen (1129 – 1195) 2. Hälfte des 12. Jahrhunderts



Maria-Theresientaler – Zahlungsmittel bis in die Gegenwart (z. B. in Afrika)

Zum folgenden Programm

Nach Eingabe von 1 bis 4 werden folgende Größen berechnet:

1 Zinsertrag
2 Zeit in Tagen
3 Kapital
4 Zinssatz

Die jeweils noch fehlenden Größen werden abgefragt.

Beispiel

Ein Kapital von 4000 DM wird 144 Tage auf einem Sparkonto zu 4,5% verzinst. Das Programm liefert den Zinsertrag: 72 DM.

```
100 REM ZINSRECHNUNG
110 :
120 PRINT"ZINSRECHNUNG"
130 PRINT"ZINSERTRAG(1),ZEIT(2),KAPITAL(3)
140 PRINT"ODER ZINSSATZ(4) GESUCHT";
150 INPUT A
160 :
170 DEFFNR(X)=INT(100*X+.5)/100
180 IF A<>1 AND A<>2 AND A<>3 AND A<>4 THEN PRINT"1-4 EINGEBEN":GOTO  130
190 :
200 ON A GOTO 220,300,380,460
210 :
220 REM ZINSERTRAG GESUCHT
230 PRINT:INPUT"KAPITAL";K
240 PRINT:INPUT"JAHRESZINSSATZ IN %";P
250 PRINT:INPUT"ZEIT IN TAGEN";T
260 Z=K*P*T/36000
270 PRINT"ZINSERTRAG=";FNR(Z);"DM"
280 END
290 :
300 REM ZEIT GESUCHT
310 PRINT:INPUT"KAPITAL";K
320 PRINT:INPUT"JAHRESZINSSATZ IN %";P
330 PRINT:INPUT"ZINSERTRAG";Z
340 T=Z*36000/K/P
350 PRINT"ZEIT=";INT(T+.5);"TAGE"
```

```
 360 END
 370 :
 380 REM KAPITAL GESUCHT
 390 PRINT:INPUT"JAHRESZINSSATZ IN %";P
 400 PRINT:INPUT"ZEIT IN TAGEN";T
 410 PRINT:INPUT"ZINSERTRAG";Z
 420 K=Z*36000/P/T
 430 PRINT"■KAPITAL=";FNR(K);"DM"
 440 END
 450 :
 460 REM ZINSSATZ GESUCHT
 470 PRINT:INPUT"KAPITAL";K
 480 PRINT:INPUT"ZEIT IN TAGEN";T
 490 PRINT:INPUT"ZINSERTRAG";Z
 500 P=Z*36000/K/T
 510 PRINT"■JAHRESZINSSATZ=";FNR(P);"%"
 520 END
READY.
```

```
Z I N S R E C H N U N G

.
ZINSERTRAG(1),ZEIT(2),KAPITAL(3)
ODER ZINSSATZ(4) GESUCHT? 1

KAPITAL? 4000

JAHRESZINSSATZ IN %? 4.5

ZEIT IN TAGEN? 144

ZINSERTRAG= 72 DM
```

6. ZINSESZINSRECHNUNG

Werden die erhaltenen Zinsen wieder dem Kapital zugeschlagen und erneut verzinst, so spricht man von Zinseszinsrechnung.
Ist K_0 das Anfangskapital, so erhält man nach n Jahren bei p % Zins das Endkapital

$$K_n = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n.$$

Diese Zinseszinsformel wird auch zur Berechnung von Zuwachs- und Wertsteigerungsraten benützt.
Eine Einmalprämie von 50.000 DM für eine Lebensversicherung wächst in 20 Jahren und 4% Jahreszins auf

$$50.000 \text{ DM} \cdot 1{,}04^{20} = 109.556{,}15 \text{ DM}$$

an.

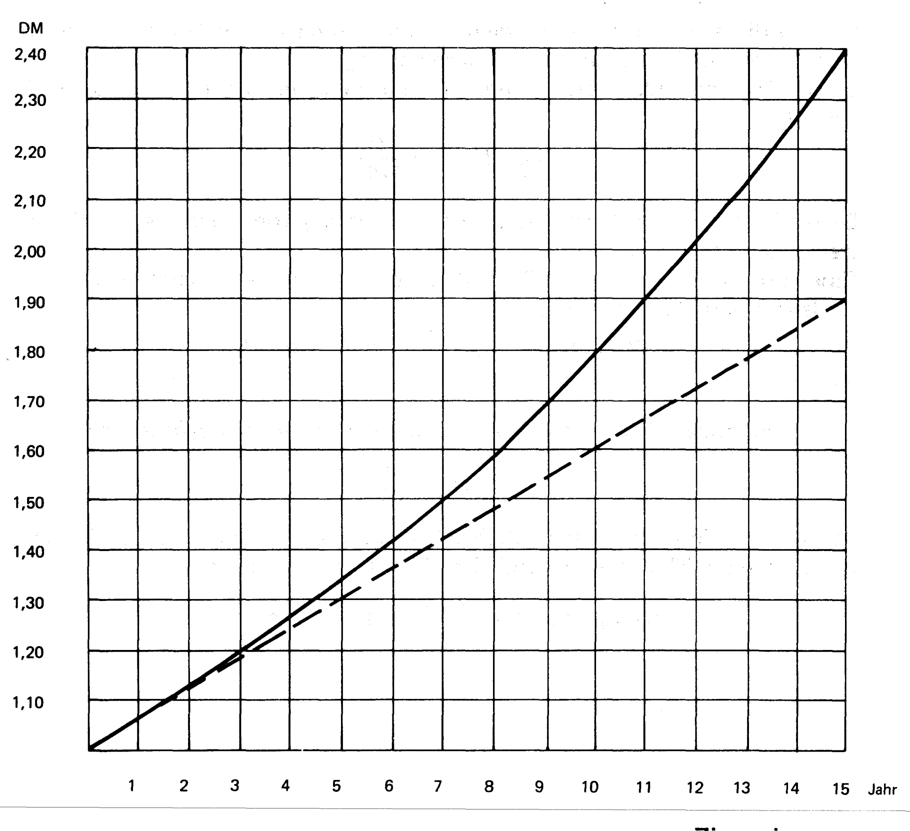
Bei unterjähriger Verzinsung, wie sie z.B. bei Festgeldkonten gegeben ist, gilt

$$K_n = K_0 \left(1 + \frac{p}{100i}\right)^{ni},$$

dabei ist i die Anzahl der jährlichen Verzinsungen. So liefern z.B. 10.000 DM in 3 Jahren bei 8% Jahreszins und vierteljährlicher Verzinsung

$$10.000 \text{ DM} \left(1 + \frac{8}{400}\right)^{12} = 12.682{,}42 \text{ DM}.$$

Anwachsen einer DM bei 6% Jahreszins



Zum folgenden Programm

Nach Eingabe von 1 bzw. 2 wird das Endkapital bzw. das Anfangskapital berechnet. Ist der Zinssatz gesucht, so kann er mittels Programm 18 berechnet werden.

Beispiel

Was kostet ein abgezinster Sparbrief, der bei jährlich 8,5% Zins nach 5 Jahren 10.000 DM erbringt?
Das Programm liefert K_0 = 6650,45 DM.

```
100 REM ZINSESZINSRECHNUNG
110 :
120 PRINT"ZINSESZINSRECHNUNG"
130 DEF FNR(X)=INT(100*X+.5)/100
140 :
150 INPUT"END(1) O.ANFANGS(2)KAPITAL GESU
160 IF A<>1 AND A<>2 THEN PRINT"1 ODER 2 E
170 ON A GOTO 190,280
180 :
190 REM ENDKAPITAL GESUCHT
200 PRINT:INPUT"ANFANGSKAPITAL";K
210 GOSUB 370
220 K1=FNR(K*P)
230 Z=K1-K
240 PRINT"ZINSERTRAG=";Z;"DM"
250 PRINT"ENDKAPITAL=";K1;"DM"
260 END
270 :
280 REM ANFANGSKAPITAL GESUCHT
290 PRINT:INPUT"ENDKAPITAL";K
300 GOSUB 370
310 K2=FNR(K/P)
320 Z=K-K2
330 PRINT"ZINSERTRAG=";Z;"DM"
340 PRINT"ANFANGSKAPITAL=";K2;"DM"
350 END
360 :
370 REM UNTERPROGRAMM FUER AUFZINSFAKTOR
380 PRINT:INPUT"LAUFZEIT IN ZINSPERIODEN";N
```

```
 390 PRINT:INPUT"JAHRESZINSFUSS IN %";P
 400 PRINT:INPUT"ANZAHL DER ZINSPERIODEN PRO JAHR";I
 410 :
 420 P=P/I
 430 P=(1+P/100)↑N
 440 RETURN
READY.
```

Z I N S E S Z I N S R E C H N U N G

```
END(1) O.ANFANGS(2)KAPITAL GESUCHT? 2

ENDKAPITAL? 10000

LAUFZEIT IN ZINSPERIODEN? 5

JAHRESZINSFUSS IN %? 8.5

ANZAHL DER ZINSPERIODEN PRO JAHR? 1

ZINSERTRAG= 3349.55 DM

ANFANGSKAPITAL= 6650.45 DM
```

7. MITTLERER ZINSSATZ

Bei vielen Wertpapieren, Renditeobjekten und Wertsteigerungen ist der Zinssatz bzw. die Zuwachsrate während der Laufzeit nicht konstant. Man benützt daher eine durchschnittliche oder mittlere Zins- bzw. Zuwachsrate.

Sind $p_1, p_2, \ldots, p_n$ die jeweiligen Zinssätze, so wächst der Anfangswert K_o nach n Zinsperioden auf den Wert

$$K_n = K_o \left(1 + \frac{p_1}{100}\right)\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 + \frac{p_n}{100}\right)$$

Der mittlere Zinssatz bzw. die mittlere Zuwachsrate ist dann

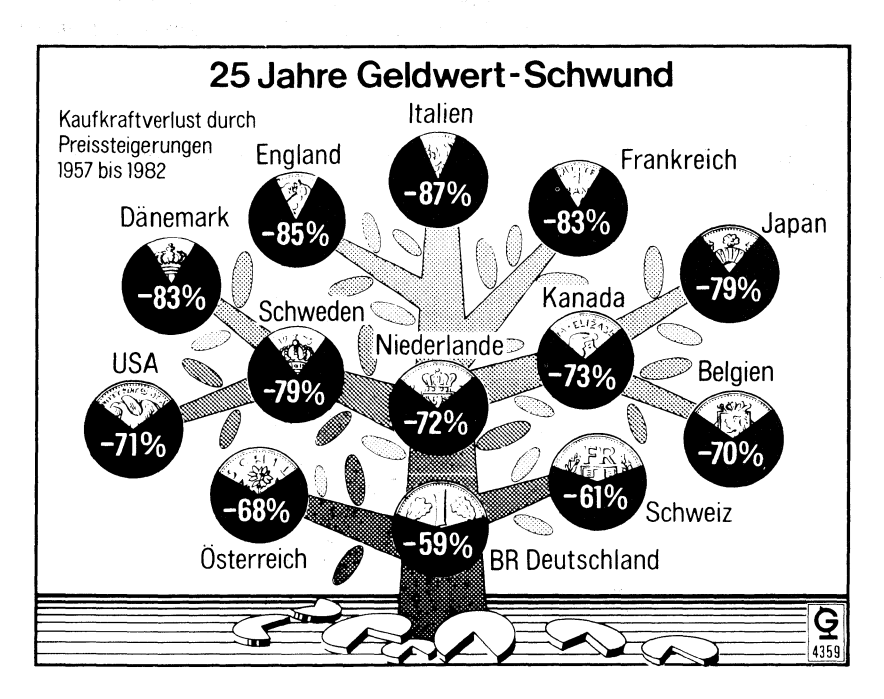
$$p = \left(\sqrt[n]{\left(1 + \frac{p_1}{100}\right)\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) \ldots \left(1 + \frac{p_n}{100}\right)} - 1\right) \cdot 100\%$$

Herrscht 5 Jahre lang eine Inflationsrate von

5,2%, 5,4%, 6,0%, 6,2% und 5,9%

so ist die mittlere Inflationsrate

$$\left(\sqrt[5]{1{,}052 \cdot 1{,}054 \cdot 1{,}060 \cdot 1{,}062 \cdot 1{,}059} - 1\right) \cdot 100\% = 0{,}057 \cdot 100\% = 5{,}7\%$$



Wird eine Lohnsteigerung von 4,6% erst ab Juni ausbezahlt, so entspricht dies einer jährlichen Lohnsteigerung von

$$(\sqrt[12]{1{,}046^7} - 1) \cdot 100\% = (1{,}027 - 1) \cdot 100\% = 2{,}7\%.$$

Werden bei einem Wertpapier mit wechselndem Zins die Erträge jährlich ausgezahlt, so darf oben genannte Formel nicht angewandt werden, da sie auf der Zinseszinsformel beruht. In diesem Fall kann Programm 11 angewendet werden.

Sucht man bei unterjähriger Verzinsung denjenigen Zinssatz p_O, der denselben Zinsertrag wie der Jahreszinssatz p erbringt, so erhält man den sog. konformen Zinssatz

$$p_O = (\sqrt[i]{1 + \frac{p}{100}} - 1) \cdot 100\%,$$

dabei ist i die Anzahl der jährlichen Verzinsungen. Der konforme Zinssatz für monatliche Verzinsung (i=12) und den Jahreszinsfuß 10% ist somit

$$p_O = (\sqrt[12]{1{,}10} - 1) \cdot 100\% = (1{,}00797414 - 1) \cdot 100\% = 0{,}80\%$$

Zum folgenden Programm

Nach Eingabe der Anzahl der Zinsperioden und des jeweiligen Zinssatzes, berechnet das Programm den mittleren Zinssatz nach der oben angegebenen Formel.

Beispiel

Ein Bundesschatzbrief vom Typ B wird bei 7 Jahren Laufzeit wie folgt verzinst (Stand Herbst 1982):

1. Jahr	5,75 %
2. Jahr	7,25 %
3. Jahr	7,50 %
4. Jahr	8,00 %
5. Jahr	8,25 %
6. Jahr	9,00 %
7. Jahr	9,00 %

Das Programm liefert die Rendite von 7,82 %.

```
100 REM MITTLERER ZINSSATZ
110 :
120 PRINT"MITTLERER ZINSSATZ"
130 INPUT"WIEVIELE ZINSPERIODEN";N
140 :
150 S=1
160 FOR I=1 TO N
170 PRINT"ZINSSATZ IN % FUER PERIODE";I;:INPUT P
180 S=S*(1+P/100)
190 NEXT I
200 :
210 S=S↑(1/N)-1
220 S=INT(1E4*S+.5)/100
230 PRINT"MITTLERER ZINSSATZ =";S;"%"
240 END
READY.
```

```
MITTLERER  ZINSSATZ
.
WIEVIELE ZINSPERIODEN? 7

ZINSSATZ IN % FUER PERIODE 1 ? 5.75

ZINSSATZ IN % FUER PERIODE 2 ? 7.25

ZINSSATZ IN % FUER PERIODE 3 ? 7.5

ZINSSATZ IN % FUER PERIODE 4 ? 8

ZINSSATZ IN % FUER PERIODE 5 ? 8.25

ZINSSATZ IN % FUER PERIODE 6 ? 9

ZINSSATZ IN % FUER PERIODE 7 ? 9

MITTLERER ZINSSATZ = 7.82 %
```

8. EFFEKTIVZINS VON KLEINKREDITEN UND RATENZAHLUNGEN

Eigentlich sollte der Begriff "Effektivzins" Kreditkonditionen von Banken und Warenhäusern vergleichbar machen. Da nun aber Banken wieder spezielle Kreditarten anbieten, sind die Angaben jedoch nicht immer vergleichbar.

Der Effektivzins ist nach Definition der Zinsfuß, zu dem der ausbezahlte Anteil des Kredits verzinst werden müßte, damit sein Endwert gleich dem Endwert der geleisteten Zins- und Tilgungszahlungen ist (vgl. Programm 12).

Seit Beginn des Jahres 1981 wird der Effektivzins über die Gleichung

$$\frac{1+\frac{B}{100}}{N}+\frac{p}{100}=\frac{q^J}{\left(5{,}5+\frac{1200}{e}\right)\left(q^J-1\right)+\left(1+\frac{M-1}{24}\cdot\frac{e}{100}\right)\cdot\frac{M}{1+Me/1200}}$$

ermittelt, dabei ist

e = gesuchter Effektivzins in %
q = $1 + e/100$
N = Laufzeit in Monaten
p = nominaler Monatszinssatz in %
J = Laufzeit in ganzen Jahren
M = Anzahl der Restmonate
B = Bearbeitungsgebühr in %.

Da diese Gleichung nicht nach e aufgelöst werden kann, muß die Berechnung indirekt erfolgen. Mit Hilfe einer Intervallschachtelung wird e solange systematisch variiert, bis beide Seiten der Gleichung übereinstimmen.

Bis zum Jahr 1980 wurde eine sehr viel einfachere Formel zur Ermittlung des Effektivzins benützt, die finanzmathematisch nicht sinnvoll war, da sie nicht auf Zinseszinsrechnung beruht:

$$e=\frac{24\,(pN+B)}{N+1}$$

Für das im Programm berechnete Beispiel ergibt sich nach der alten Formel 17,48 %, gemäß der neueren jedoch 16,44 %.

Zum folgenden Programm

Nach Eingabe von Kredithöhe, Laufzeit, Monatszinssatz und Bearbeitungsgebühr berechnet das Programm mittels einer Intervallschachtelung den Effektivzins nach der neuen Formel. Die Intervallschachtelung selbst wird in einem Unterprogramm ausgeführt. Die im Nenner der neuen Formel auftretenden Funktionen werden mittels DEF FN berechnet.

Beispiel

Bei einem Großversandhaus wurden Möbel im Wert von 5000 DM auf Ratenzahlung gekauft. Die Laufzeit der Zahlungen beträgt 72 Monate, der monatliche Zins 0,69 % und die Bearbeitungsgebühr 3,5 %.
Das Programm liefert dafür eine Monatsrate von 106,37 DM.
Der Effektivzins beläuft sich auf 16,44 %.



"Bittsteller bei einem jüdischen Geldverleiher:
Ich bitt eüch jud leicht (leiht) mir zu hand / was eüch gebürt (an Zinsen), gebt mir verstand (kund) / Bargelt auff bürgen oder pfand"
Holzschnitt von Jörg Breu, Augsburg 1531

```
100 REM EFFEKTIVZINS BEI KLEINKREDITEN
110 :
120 DEF FNR(X)=INT((X+.005)*100)/100
130 DEF FNA(X)=(5.5+12/X)*((1+X)↑J-1)*(1+M/12/12*X)+M*(1+(M-1)/24*X)
140 DEF FNB(X)=(X+1)↑J*(1+M/12*X)-((100+N*P+B)/(100*N))*FNA(X)
150 PRINT"EFFEKTIVZINS BEI KLEINKREDITEN"
160 :
170 INPUT"KREDITHOEHE";K
180 PRINT:INPUT"LAUFZEIT IN MONATEN";N
190 PRINT:INPUT"MONATL.ZINSSATZ IN %";P
200 PRINT:INPUT"BEARBEITSGEBUEHR IN %";G
210 :
220 B=G
230 Z=P*N*K/100
240 Z=FNR(Z)
250 G=G*K/100
260 R=(K+Z+G)/N
270 R=FNR(R)
280 PRINT"MONATSRATE=";R;"DM"
290 :
300 GOSUB 340
310 PRINT"EFFEKT.JAHRESZINS=";E;"%"
320 END
330 :
340 REM UNTERPROGRAMM FUER EFFEKTIVZINS
350 J=INT(N/12):M=N-12*J:S=.04
360 E=.12*P
370 C=FNB(E)
380 IF S<.1E-5 THEN E=INT(E*10000+.5)/100:RETURN
```

```
 390 IF C<0 THEN E=E+S:GOTO370
 400 E=E-S:S=S/2:GOTO 370
READY.
```

```
EFFEKTIVZINS BEI KLEINKREDITEN


KREDITHOEHE? 5000

LAUFZEIT IN MONATEN? 72

MONATL.ZINSSATZ IN %? .69

BEARBEITSGEBUEHR IN %? 3.5

MONATSRATE= 106.37 DM

EFFEKT.JAHRESZINS= 16.44 %
```

9. EFFEKTIVZINS BEI ANNUITÄTENDARLEHEN

Ebenso wie bei Ratenzahlung und Kleinkrediten werden Bankdarlehen und Hypotheken durch den Effektivzins beschrieben. Seine Berechnung erfolgt prinzipiell wie bei Kleinkrediten, nur werden die Zahlungen meist jährlich verzinst und die Bearbeitungsgebühr durch einen Auszahlungsverlust (= Disagio) ersetzt.

Zum folgenden Programm

Nach Eingabe des nominellen Zinssatzes, des Tilgungssatzes, der prozentualen Auszahlung berechnet das Programm die Laufzeit und den Effektivzins. Die Zinsermittlung erfolgt analog zum vorhergehenden Programm über eine Intervallschachtelung.

Beispiel

Ein Käufer einer Eigentumswohnung benötigt zur Finanzierung noch 96.000 DM. Er nimmt dazu bei einer Bank ein Hypothekendarlehen über 100.000 DM bei 96% Auszahlung, 9% Zins und 1% Tilgung auf. Das Programm berechnet die Laufzeit zu 26,7 Jahre. Der Effektivzins ist 9,49 %.

Die Tilgungsrate eines Annuitätendarlehens kann mit Hilfe von Programm 17 berechnet werden.

Literaturhinweis: [13]

```
100 REM EFFEKTIVZINS BEI ANNUITAETENDARLEHEN
110 :
120 PRINT"EFFEKTIVZINS EINES DARLEHENS"
130 INPUT"ZINSSATZ IN %";P
140 PRINT:INPUT"TILGUNGSSATZ IN %";I
150 PRINT:INPUT"AUSZAHLUNG IN %";A
160 :
170 REM LAUFZEIT IN JAHREN
180 N=LOG(1+P/I)/LOG(1+P/100)
190 PRINT"LAUFZEIT=";N;"JAHRE"
200 M=N-INT(N): REM RESTZEIT
210 N=INT(N):REM GANZE JAHRE
220 T=(P+I)/100:REM TILGUNG
230 A=A/100
240 :
250 REM INTERVALLSCHACHTELUNG
260 X0=0:X1=1
270 X=(X0+X1)/2
280 IF ABS(X-X2)<1E-5 THEN 460
290 :
300 REM ENDWERT DER TILGUNGSZAHLUNGEN
310 S=T
320 FOR I=1 TO N-1
330 S=S*(1+X)+T
340 NEXT I
350 REM KONFORMER ZINS FUER RESTZEIT
```

```
 360 Z=(1+X)↑M
 370 S=S*Z
 380 REM RESTTILGUNG
 390 Y=T*((1+X)↑M-1)/X
 400 S=S+Y
 410 GOSUB 490
 420 IF ABS(K-S)<1E-5 THEN 460
 430 IF S>K THEN X0=X:GOTO 270
 440 X1=X:GOTO 270
 450 :
 460 PRINT"█EFFEKTIVZINS=";INT(1E4*X+.5)/100;"%"
 470 END
 480 :
 490 REM ENDWERT DES AUSGEZAHLTEN KAPITALS
 500 K=A
 510 K=K*(1+X)↑N
 520 REM KONFORMER ZINS FUER RESTZEIT
 530 Z=(1+X)↑M-1
 540 K=K*(1+Z)
 550 RETURN
READY.
```

```
EFFEKTIVZINS E.DARLEHENS

ZINSSATZ IN %? 9

TILGUNGSSATZ IN %? 1

AUSZAHLUNG IN %? 96

LAUFZEIT= 26.7190375 JAHRE

EFFEKTIVZINS= 9.49 %
```

10. RENDITE VON FESTVERZINSLICHEN WERTPAPIEREN

Festverzinsliche Wertpapiere wie Pfandbriefe, Kommunalobligationen, Anleihen usw. werden auch Rentenpapiere genannt.

Ist N der Nominalzins, R der Rückzahlungskurs, A der Ausgabe- bzw. der Anschaffungskurs und L die Laufzeit in Jahren, so berechnet sich die Rendite p aus der Formel

$$p = \frac{(N + \frac{R - A}{L}) \cdot 100\ \%}{A}$$

Da sich diese Rendite noch um die jeweiligen Bank- und Maklergebühren verringert, werden von Banken und Tageszeitungen manchmal etwas differierende Beträge genannt.

Zum folgenden Programm

Nach Eingabe von Nominalzins, Rückzahlungs- und Anschaffungskurs und Laufzeit berechnet das Programm die Rendite nach obengenannter Formel.

Beispiel

Ein Pfandbrief vom Nominalzins 7% und der Restlaufzeit von 6 Jahren wird bei Kurswert 96% gekauft. Die Rendite ist

$$\frac{(7 + \frac{100 - 96}{6}) \cdot 100\%}{96} = \frac{(7 + 0{,}67) \cdot 100\%}{96} = 7{,}99\ \%$$

```
100 REM RENDITE VON FESTVERZINS.WERTPAPIEREN
110 :
120 PRINT"RENDITE VON FESTVERZ.WERTPAPIEREN"
130 PRINT:INPUT"NOMINALZINS IN %";N
140 PRINT:INPUT"RUECKZAHLUNGSKURS";R
150 PRINT:INPUT"AUSGABEKURS";A
160 PRINT:INPUT"LAUFZEIT IN JAHREN";L
170 :
180 P=(N+(R-A)/L)
190 P=P*100/A
200 P=INT(100*P+.5)/100
210 :
220 PRINT"RENDITE=";P;"%"
230 END
READY.
```

```
RENDITE  FESTVERZ.WERTPAPIERE

NOMINALZINS IN %? 7

RUECKZAHLUNGSKURS? 100

AUSGABEKURS? 96

LAUFZEIT IN JAHREN? 6

RENDITE= 7.99 %
```

11. RENDITE EINES WERTPAPIERS MIT WECHSELNDEM ZINS

Bei einigen Wertpapieren, wie z.B. Bundesschatzbriefen vom Typ A, werden die Zinserträge jährlich ausgezahlt. Für solche Wertpapiere berechnet das folgende Programm die Rendite; werden die Zinsen nicht ausbezahlt, so muß das Programm 7 zur Renditebestimmung gewählt werden.

Die Rendite r eines solchen Wertpapiers ist dadurch definiert, daß der Endwert des mit r verzinsten Kapitals gleich dem Endwert der nachschüssig verzinsten Zinserträge und dem Wert des Papiers selbst ist (vgl. Programm 12).

Zum folgenden Programm

Ähnlich wie bei den Programmen 8 und 9 wird die gesuchte Rendite über eine Intervallschachtelung bestimmt. Die Verzinsung der ausgeschütteten Zinserträge wird bei jedem Schritt in einem Unterprogramm ermittelt.

Beispiel

Ein Bundesschatzbrief vom Typ A hat bei 6 Jahren Laufzeit folgende Verzinsung (Stand Herbst 1982):

1. Jahr	5,75 %
2. Jahr	7,25 %
3. Jahr	7,50 %
4. Jahr	8,00 %
5. Jahr	8,25 %
6. Jahr	9,00 %

Die Zinsen werden jährlich ausgeschüttet.
Das Programm liefert die Rendite 7,51 %.

Literaturhinweis: [13]

```
100 REM RENDITE EINES WERTPAPIERS BEI WECHS.ZINS
110 :
120 PRINT"RENDITE EINES WERTPAPIERS":PRINT
130 INPUT"LAUFZEIT IN JAHREN";N:PRINT
140 DIM P(N)
150 FOR I=1 TO N
160 PRINT"ZINS IN % IM JAHR";I;:INPUT P(I)
170 NEXT I
180 :
190 REM INTERVALLSCHACHTELUNG FUER EFFEKTIVZINS
200 X0=0:X1=100
210 X=(X0+X1)/2
220 GOSUB 320
230 R=(1+X/100)↑N-1
240 IF ABS(Q-R)<1E-5 THEN 280
250 IF Q>R THEN X0=X :GOTO 210
260 X1=X:GOTO 210
270 :
280 X=INT(100*X+.5)/100
290 PRINT:PRINT"RENDITE=";X;" %"
300 END
310 :
320 REM UNTERPROGRAMM FUER EFFEKTIVZINS
330 Q=0
340 FOR I=1 TO N
350 Q=Q+P(I)/100
360 Z=Q*X/100
370 IF I=N THEN 390
380 Q=Q+Z
```

```
 390 NEXT I
 400 RETURN
READY.

RENDITE EINES WERTPAPIERS
.
LAUFZEIT IN JAHREN? 6

ZINS IN % IM JAHR 1 ? 5.75
ZINS IN % IM JAHR 2 ? 7.25
ZINS IN % IM JAHR 3 ? 7.5
ZINS IN % IM JAHR 4 ? 8
ZINS IN % IM JAHR 5 ? 8.25
ZINS IN % IM JAHR 6 ? 9

RENDITE= 7.51  %
```

12. ENDWERT REGELMÄSSIGER ZAHLUNGEN

Viele Zahlungen für Sparverträge, Versicherungen, Unterhaltszahlungen usw. werden in Form von regelmäßigen Raten geleistet.

Werden jeweils am Anfang von n Jahren jährlich R DM auf ein Konto eingezahlt und jährlich mit p % verzinst, so ist am Ende des letzten Jahres der Endwert der Zahlungen

$$E_n = Rq\,\frac{q^n - 1}{q-1}$$

(Endwert einer vorschüssigen Rente). Dabei gilt

$$q = 1 + \frac{p}{100} \text{ (Aufzinsfaktor).}$$

Erfolgen die Zahlungen nachschüssig, d.h. am Ende des Jahres, so gilt

$$E_n = R\,\frac{q^n - 1}{q-1}$$

(Endwert einer nachschüssigen Rente).

Werden die Zahlungen unterjährig verzinst, so ist theoretisch der Zinssatz p durch $\frac{p}{i}$ und die Anzahl n der Zinsperioden durch ni zu ersetzen.

Jedoch berechnen Banken Rentenendwerte nach folgender Formel

$$E_n = R\left(\frac{i}{q-1} + \frac{i-1}{2}\right)(q^n - 1) \text{ nachschüssig}$$

bzw.

$$E_n = R\left(\frac{i}{q-1} + \frac{i+1}{2}\right)(q^n - 1) \text{ vorschüssig.}$$

Diese Bankformeln gelten bei unterjähriger Verzinsung; für $i=1$ gehen sie näherungsweise in die vorher angegebenen Formeln über.

Für einen Sparvertrag werden beispielsweise 20 Jahre lang am Monatsersten 200 DM eingezahlt. Welchen Endwert haben die Zahlungen bei 4,5% Jahreszins?
Die Bankenformel liefert

$$E_{20} = 200 \text{ DM}\left(\frac{12}{0{,}045} + 6{,}5\right)(1{,}045^{20} - 1)$$

$$= 77.126{,}64 \text{ DM}$$

Zum folgenden Programm

Nach Eingabe der Anzahl der jährlichen Zahlungen, des Zinssatzes, der Laufzeit und der Zahlungshöhe, berechnet das Programm den Endwert der Rente nach der Bankenformel.

Beispiel

Für einen 10.000 DM-Kredit müssen 6 Jahre lang am Monatsende 213,– DM bezahlt werden. Welchen Endwert haben die Zahlungen, wenn sie mit 8% verzinst werden?
Das Programm liefert den Endwert 19.438,16 DM.



"Geldwechsler hinter seiner Wechselbank"
Holzschnitt von Hans Weiditz, Augsburg 16. Jahrhundert

```
100 REM ENDWERT REGELMAESSIGER ZAHLUNGEN
110 :
120 PRINT"ENDWERT REGELMAESS.ZAHLUNGEN"
130 INPUT"WIEVIELE ZAHLUNGEN PRO JAHR";I
140 PRINT:INPUT"ZINSSATZ IN %";P
150 PRINT:INPUT"LAUFZEIT IN JAHREN";N
160 PRINT:INPUT"HOEHE DER ZAHLUNG";R
170 PRINT:INPUT"VORSCHUESSIG(J/N)";A$
180 :
190 P=P/100
200 Q=(1+P)↑N
210 E=R*(Q-1)
220 IF LEFT$(A$,1)="J" THEN E=E*(I/P+(I+1)/2):GOTO 240
230 E=E*(I/P+(I-1)/2)
240 E=INT(100*E+.5)/100
250 :
260 PRINT"ENDWERT=";E;"DM"
270 END
READY.
```

```
ENDWERT  REGELMAESS. ZAHLUNGEN

WIEVIELE ZAHLUNGEN PRO JAHR? 12

ZINSSATZ IN %? 8

LAUFZEIT IN JAHREN? 6

HOEHE DER ZAHLUNG? 213

VORSCHUESSIG(J/N)? N

ENDWERT= 19438.16 DM
```

13. BARWERT REGELMÄSSIGER ZAHLUNGEN

Bei Versicherungs- und Unterhaltszahlungen werden regelmäßige Zahlungen oft durch eine einmalige Zahlung oder Prämie abgelöst.

Der Barwert solcher Zahlungen ist somit der Anfangswert eines Kapitals, dessen Umwandlung in Rente die entsprechenden Zahlungen liefert. Die Formel für den Barwert von Zahlungen erhält man, indem man die Rentenendformel abzinst; d.h. durch q^n dividiert:

$$B = Rq \frac{q^n - 1}{q^n(q-1)} \quad \text{vorschüssig}$$

bzw.

$$B = R \frac{q^n - 1}{q^n(q-1)} \quad \text{nachschüssig}$$

Die entsprechenden Bankformeln für unterjährige Verzinsung lauten

$$B = R \frac{\left(\frac{m}{q-1} + \frac{m+1}{2}\right)}{q^n} (q^n - 1) \quad \text{vorschüssig}$$

$$B = R \frac{\left(\frac{m}{q-1} + \frac{m-1}{2}\right)}{q^n} (q^n - 1) \quad \text{nachschüssig}$$

Durch welche Einmalprämie kann eine Versicherungsprämie über 200,– DM, die 20 Jahre lang am Monatsersten bezahlt und mit 4% verzinst wurde, abgegolten werden?
Der Barwert der Zahlungen ist 33.323,48 DM.

Zum folgenden Programm

Nach Eingabe der Anzahl der Zahlungen, des Zinssatzes, der Laufzeit, der Zahlungshöhe wird der Barwert der Zahlungen nach der Bankformel berechnet.

Beispiel

Durch ein Testament wird ein Mann verpflichtet, seiner 50jährigen Schwester lebenslänglich eine Wohnung in dem testamentarisch vermachten Haus zu überlassen. Durch welche einmalige Zahlung kann das Wohnrecht abgelöst werden, wenn die Monatsmiete der Wohnung 400 DM beträgt?

Da die Schwester eine mittlere Lebenserwartung von 78 Jahren hat, entspricht dem Wohnrecht eine monatliche Rente von 400 DM mit einer Laufzeit von 28 Jahren. Der Barwert der Rente beträgt bei 4% Zins vorschüssig 81.715,66 DM.

Siehe Anhang B: Statistische Lebenserwartung.

Literaturhinweis: [1], [9]

```
100 REM BARWERT REGELMAESSIGER ZAHLUNGEN
110 :
120 PRINT"BARWERT REGELMAESS.ZAHLUNGEN"
130 INPUT"WIEVIELE ZAHLUNGEN PRO JAHR";I
140 PRINT:INPUT"ZINSSATZ IN %";P
150 PRINT:INPUT"LAUFZEIT IN JAHREN";N
160 PRINT:INPUT"HOEHE DER ZAHLUNG";R
170 PRINT:INPUT"VORSCHUESSIG(J/N)";A$
180 :
190 P=P/100
200 Q=(1+P)↑N
210 B=R*(Q-1)/Q
220 IF LEFT$(A$,1)="J" THEN B=B*(I/P+(I+1)/2):GOTO 240
230 B=B*(I/P+(I-1)/2)
240 B=INT(100*B+.5)/100
250 :
260 PRINT"BARWERT=";B;"DM"
270 END
READY.
```

```
BARWERT  REGELMAESS. ZAHLUNGEN

WIEVIELE ZAHLUNGEN PRO JAHR? 12

ZINSSATZ IN %? 4

LAUFZEIT IN JAHREN? 28

HOEHE DER ZAHLUNG? 400

VORSCHUESSIG(J/N)? J

BARWERT= 81715.66 DM
```

14. UMWANDLUNG EINES KAPITALS IN RENTE

Sollen aus einem Kapital K regelmäßige Zahlungen R geleistet werden, so wird das Kapital aufgezehrt, wenn die entnommenen Zahlungen die Zinserträge übersteigen.
Die Höhe der Rente kann der Rentenbarwertformel entnommen werden (vgl. Programm 13):

$$R = K \frac{q^n (q-1)}{q^n - 1} \quad \text{nachschüssig}$$

bzw.

$$R = K \frac{q^{n-1} (q-1)}{q^n - 1} \quad \text{vorschüssig.}$$

Für unterjährige Verzinsung wird die Bankenformel angewandt:

$$R = K \frac{q^n}{\left(\frac{i}{q-1} + \frac{i-1}{2}\right)(q^n - 1)} \quad \text{nachschüssig}$$

$$R = K \frac{q^n}{\left(\frac{i}{q-1} + \frac{i+1}{2}\right)(q^n - 1)} \quad \text{vorschüssig}$$

Eine Abiturientin möchte ihre Aussteuerversicherung in Höhe von 25.000 DM zur Finanzierung ihres Studiums verwenden. Bei 4% Verzinsung und fünfjährigem Studium erhält sie monatlich vorschüssig

$$R = 25.000 \text{ DM} \cdot \frac{1{,}04^5}{\left(\frac{12}{0{,}04} + 6{,}5\right)(1{,}04^5 - 1)} = 458{,}05 \text{ DM}$$

Zum folgenden Programm

Nach Eingabe des Kapitals, der Anzahl der jährlichen Auszahlungen, der Laufzeit und des Zinssatzes berechnet das Programm die sich ergebende Rente nach der Bankenformel.

Beispiel

Eine 50jährige Witwe soll für den Verkauf eines Grundstücks im Wert von 240.000 DM eine Leibrente erhalten. Da sie eine Lebenserwartung von 78 Jahren hat, kann sie bei 4% eine monatliche Rente von 1174,81 DM erwarten.

Die hier angewandte Methode zur Berechnung von Leibrenten gilt nur näherungsweise. Die genaue Berechnung von Leibrenten stützt sich auf Sterbetafeln (siehe dazu z.B. [1]).



"Kaufmann inmitten seiner Familie"
Holzschnitt von H. Schauer, Augsburg 1477

```
100 REM UMWANDLUNG EINES KAPITALS IN RENTE
110 :
120 PRINT"UMWANDLUNG E.KAPITALS IN RENTE"
130 INPUT"WIEVIELE ZAHLUNGEN PRO JAHR";I
140 PRINT:INPUT"ZINSSATZ IN %";P
150 PRINT:INPUT"LAUFZEIT IN JAHREN";N
160 PRINT:INPUT"HOEHE DES KAPITALS";K
170 PRINT:INPUT"VORSCHUESSIG (J/N)";A$
180 :
190 P=P/100
200 Q=(1+P)↑N
210 R=K*Q/(Q-1)
220 IF LEFT$(A$,1)="J" THEN R=R/(I/P+(I+1)/2):GOTO 240
230 R=R/(I/P+(I-1)/2)
240 R=INT(100*R+.5)/100
250 PRINT"RENTE=";R;"DM"
260 END
READY.
```

```
UMWANDLUNG E.KAPITALS IN RENTE

WIEVIELE ZAHLUNGEN PRO JAHR? 12

ZINSSATZ IN %? 4

LAUFZEIT IN JAHREN? 28

HOEHE DES KAPITALS? 240000

VORSCHUESSIG (J/N)? J

RENTE= 1174.81 DM
```

15. EWIGE RENTE

Ist die Laufzeit einer Rente nicht beschränkt, so spricht man von einer ewigen Rente.

Bringt das Kapital B, jährlich zu p % verzinst, R DM Zins, so kann dieser Zinsertrag als ewige Rente ausgezahlt werden, ohne das Kapital zu mindern.
Der Barwert einer ewigen Rente ist somit

$$B = \frac{R}{p/100} \quad \text{nachschüssig}$$

bzw.

$$B = \frac{Rq}{p/100} \quad \text{vorschüssig.}$$

Eine Stadt möchte jährlich einen Kulturpreis in Höhe von 10.000 DM aussetzen. Bei 5% Zins muß bei nachschüssiger Zahlung ein Stiftungsfond über

$$\frac{10000 \text{ DM}}{0{,}05} = 200.000 \text{ DM}$$

eingerichtet werden.

Zum folgenden Programm

Je nachdem, ob der Barwert oder die ewige Rente berechnet werden soll, ist 1 bzw. 2 einzugeben. Das Programm berechnet die gesuchte Größe nach den oben angegebenen Formeln.

Beispiel

Eine Gemeinde möchte die Wasserrechte eines Landwirts, die einen jährlichen Wert von 500 DM entsprechen, durch eine einmalige Zahlung ablösen. Bei 4% Zins und vorschüssiger Zahlung haben die Wasserrechte den Barwert 13.000 DM.

Literaturhinweis: [1], [9]

```
100 REM EWIGE RENTE
110 :
120 PRINT"■■■■■EWIGE RENTE■"
130 INPUT"BARWERT(1)O.RENTE(2)GE.
140 IF A<>1 AND A<>2 THEN PRINT"1 u.
150 IF A=2 THEN 310
160 :
170 REM BARWERT GESUCHT
180 PRINT:INPUT"JAHRESRENTE";R
190 PRINT:INPUT"ZINSFUSS IN %";P
200 PRINT:INPUT"VORSCHUESSIG(J/N)";A$
210 :
220 P=P/100
230 Q=1+P
240 B=R/P
250 IF LEFT$(A$,1)="J" THEN B=B*Q
260 B=INT(100*B+.5)/100
270 :
280 PRINT"■BARWERT DER EWIGEN RENTE IST";B;"DM"
290 END
300 :
310 REM RENTE GESUCHT
320 PRINT:INPUT"KAPITAL";B
330 PRINT:INPUT"ZINSFUSS IN %";P
340 PRINT:INPUT"VORSCHUESSIG(J/N)";A$
350 :
```

```
 360 P=P/100
 370 Q=1+P
 380 R=B*P
 390 IF LEFT$(A$,1)="J" THEN R=R,
 400 R=INT(100*R+.5)/100
 410 :
 420 PRINT"EWIGE RENTE=";R;"DM"
 430 END
READY.
```

EWIGE RENTE

```
BARWERT(1)O.RENTE(2)GESUCHT? 1

JAHRESRENTE? 500

ZINSFUSS IN %? 4

VORSCHUESSIG(J/N)? J

BARWERT DER EWIGEN RENTE IST 13000 DM
```

16. RATENTILGUNG

Bei der Ratentilgung wird – im Gegensatz zur Annuitätentilgung – der Kreditbetrag in gleichbleibenden Raten getilgt.
Wird der Kreditbetrag K gleichmäßig in n Jahren getilgt, so beträgt eine Tilgungsrate

$$T = \frac{K}{n}.$$

Neben den Tilgungen T sind noch Zinszahlungen für die jeweils vorhandene Restschuld fällig. Da diese Restschuld gleichmäßig kleiner wird, vermindert sich ebenfalls der Zinsanteil bei den Rückzahlungen. Beträgt der Zins p %, so ist am Ende des k-ten Jahres die Rate

$$R = \frac{Kp}{100n}(n-k+1)$$

zu zahlen.

Die Belastung sinkt jährlich um einen festen Betrag (abnehmende arithmetische Folge). Werden jährlich z.B. 8000 DM getilgt bei 12 % Zins, so verringert sich die Belastung jährlich um

$$8000 \text{ DM} \cdot 0{,}12 = 960 \text{ DM}.$$

Zum folgenden Programm

Nach Eingabe der Kredithöhe, des jährlichen Zinssatzes und der Laufzeit in Jahren, druckt das Programm den zugehörigen Tilgungsplan aus.

Beispiel

Ein Darlehen in Höhe von 60.000 DM mit 12% Zins soll innerhalb von 10 Jahren durch Ratentilgung zurückbezahlt werden. Im ersten Jahr sind 6.000 DM Tilgung und

$$60000 \text{ DM} \cdot 0{,}12 = 7200 \text{ DM Zins}$$

fällig. Die anfängliche jährliche Belastung von

$$6000 \text{ DM} + 7200 \text{ DM} = 13200 \text{ DM}$$

nimmt somit jährlich um 720 DM ab.
Der genaue Tilgungsplan kann dem Programmausdruck entnommen werden.

Literaturhinweis: [9]



"Ein Kaufmann liest einem Schuldner die fälligen Zahlungen aus dem Schuldbuch vor; der Geselle berechnet am Rechenbrett die fällige Zahlung"
Holzschnitt aus Luthers Deutschem Katechismus von 1530

```
100 REM RATENTILGUNG
110 :
120 PRINT"RATENTILGUNG"
130 INPUT"KREDITHOEHE";K
140 PRINT:INPUT"JAHRESZINSSATZ IN %";P
150 PRINT:INPUT"LAUFZEIT IN JAHREN";N
160 :
170 DEF FNR(X)=INT(100*X+.5)/100
180 T=K/N
190 S=0
200 PRINT"JAHR TILG.RATE TILG.ANT.   ZINSANT."
210 FOR I=1 TO N
220 Z=K*P/100
230 S=S+Z
240 R=Z+T
250 PRINT I;TAB(6)FNR(R);TAB(16)FNR(T);TAB(25)FNR(Z)
260 K=K-T
270 NEXT I
280 :
290 PRINT"ZINSSUMME=";S;"DM"
300 END
READY.
```

```
RATENTILGUNG

KREDITHOEHE? 60000

JAHRESZINSSATZ IN %? 12

LAUFZEIT IN JAHREN? 10

JAHR TILG.RATE TILG.ANT.   ZINSANT.

  1       13200      6000      7200
  2       12480      6000      6480
  3       11760      6000      5760
  4       11040      6000      5040
  5       10320      6000      4320
  6       9600       6000      3600
  7       8880       6000      2880
  8       8160       6000      2160
  9       7440       6000      1440
 10       6720       6000      720

ZINSSUMME= 39600 DM
```

17. ANNUITÄTENTILGUNG

Während bei der Ratentilgung der Tilgungsanteil konstant bleibt, ist bei der Annuitätentilgung die jährliche Belastung (= Annuität) gleichbleibend.

Wie beim Effektivzins geht man davon aus, daß der Endwert des ausgeliehenen Kapitals gleich dem Endwert der geleisteten nachschüssigen Zahlungen ist:

$$K \cdot q^n = R \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Auflösen dieser Gleichung nach R liefert die Annuitätenformel

$$R = K \frac{q^n(q-1)}{q^n - 1},$$

die identisch ist mit der Rentenformel, die man erhält, wenn ein Kapital in eine Rente verwandelt wird (vgl. Programm 14).

Für eine Hypothek von 100.000 DM ist bei 8% Zins und 25 Jahren Laufzeit eine Annuität

$$R = 100000 \text{ DM} \frac{1{,}08^{25} \cdot 0{,}08}{1{,}08^{25} - 1} = 9367{,}88 \text{ DM}$$

fällig. Oft wird jedoch nicht die Laufzeit, sondern die Tilgungsrate i vorgegeben. Die Laufzeit errechnet sich dann aus der Formel

$$n = \frac{\log\left(1 + \frac{p}{i}\right)}{\log\left(1 + \frac{p}{100}\right)},$$

dabei kann für log der natürliche oder der Zehner-Logarithmus gewählt werden.
Bei Hypotheken wird häufig eine Tilgungsrate $i = 1\%$ genommen; dies ergibt bei 7,5% Zins die Laufzeit

$$n = \frac{\log(1+7{,}5)}{\log 1{,}075} = 29.5913 \text{ Jahre.}$$

Bei Bauspardalehen sind $i = 7\%$ und $p = 5\%$ üblich; hier ergibt sich eine Laufzeit von

$$n = \frac{\log(1+5/7)}{\log 1{,}05} = 11{,}0472 \text{ Jahre.}$$

Zum folgenden Programm

Nach Eingabe der Kredithöhe, des jährlichen Zinssatzes, der Laufzeit in Jahren, wird der Tilgungsplan der Annuitätentilgung ausgedruckt.

Beispiel

Eine Hypothek von 100.000 DM soll in 10 Jahren bei 12% Zins durch Annuitäten getilgt werden. Die Annuität beträgt

17.698,42 DM.

Dies entspricht einer Monatsrate von

1474,87 DM,

falls die Tilgungszahlungen nicht unterjährig verzinst werden.
Der genaue Tilgungsplan kann dem Programmausdruck entnommen werden.

Literaturhinweis: [9]

```
100 REM ANNUITAETENTILGUNG
110 :
120 PRINT"ANNUITAETENTILGUNG"
130 INPUT"KREDITHOEHE";K
140 PRINT:INPUT"JAHRESZINSSATZ IN %";P
150 PRINT:INPUT"LAUFZEIT IN JAHREN";N
160 :
170 DEF FNR(X)=INT(100*X+.5)/100
180 P=P/100
190 Q=(1+P)↑N
200 A=K*Q*P/(Q-1)
210 T=A/Q
220 S=0
230 PRINT"JAHR   ANNUITAET   TILG.ANT.   ZINSANT."
240 FOR I=1 TO N
250 Z=A-T
260 S=S+Z
270 PRINT I;TAB(6)FNR(A);TAB(17)FNR(T);TAB(28)FNR(Z)
280 T=T*(1+P)
290 NEXT I
300 :
310 PRINT"ZINSSUMME=";FNR(S);"DM"
320 END
READY.
```

ANNUITAETENTILGUNG

KREDITHOEHE? 100000

JAHRESZINSSATZ IN %? 12

LAUFZEIT IN JAHREN? 10

JAHR	ANNUITAET	TILG.ANT.	ZINSANT.
1	17698.42	5698.42	12000
2	17698.42	6382.23	11316.19
3	17698.42	7148.09	10550.32
4	17698.42	8005.86	9692.55
5	17698.42	8966.57	8731.85
6	17698.42	10042.56	7655.86
7	17698.42	11247.66	6450.75
8	17698.42	12597.38	5101.03
9	17698.42	14109.07	3589.35
10	17698.42	15802.16	1896.26

ZINSSUMME= 76984.16 DM

18. WERTMINDERUNG bzw. STEIGERUNG EINES OBJEKTS

Die Wertänderung eines Objekts kann wie die Verzinsung eines Kapitals nach der Zinseszinsformel

$$K_n = K_o q^n$$

berechnet werden (vgl. Programm 6). Der Aufzinsungsfaktor $q = 1 + \frac{p}{100}$ bestimmt sich daraus zu

$$q = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_o}}$$

entsprechend der Zinsatz- bzw. die Änderungsrate

$$p = (q-1) \cdot 100\% = (\sqrt[n]{\frac{K_n}{K_o}} - 1) \cdot 100\%.$$

Ein Reihenhaus vom Kaufpreis 342.000 DM konnte nach 4 Jahren zu 475.000 DM verkauft werden. Es ergibt sich eine jährliche Rendite von

$$(\sqrt[4]{\frac{475000}{342000}} - 1) \cdot 100\% = (1.085596 - 1) \cdot 100\% = 8{,}56\ \%.$$

Das Vermögenseinkommen der privaten Haushalte in der Bundesrepublik stieg von 23,03 Mrd. DM 1970 auf 72,73 Mrd. DM im Jahre 1980 an. Die jährliche Wachstumsrate beträgt

$$(\sqrt[10]{\frac{72{,}73 \cdot 10^9}{23{,}03 \cdot 10^9}} - 1) \cdot 100\% = (1{,}121869 - 1) \cdot 100\% = 12{,}2\ \%$$

Die Kaufkraft der DM fiel von 100% 1970 auf 62% im Jahr 1979. Dies entspricht einer mittleren Geldentwertungsrate von

$$(1 - \sqrt[9]{\frac{62}{100}}) \cdot 100\% = (1 - 0{,}948271) \cdot 100\% = 5{,}2\ \%$$

Zum folgenden Programm

Nach Eingabe des Anschaffungs-, Wiederverkaufswerts und der Nutzungsdauer berechnet das Programm die Wertsteigerungs- bzw. minderungsrate.

Beispiel

Ein PKW zum Listenpreis von 32.768 DM wird nach 4 Jahren zu 16.000 DM weiterverkauft. Dies entspricht einer jährlichen Wertminderungsrate von 16,4 %.

```
100 REM WERTMINDERUNG/STEIGERUNG EINES OBJEKTS
110 :
120 PRINT"WERTMINDERUNG/STEIGERUNG"
130 :
140 INPUT"ANSCHAFFUNGSWERT";A
150 PRINT:INPUT"WIEDERVERKAUFSWERT";W
160 PRINT:INPUT"NUTZUNGSDAUER IN JAHREN";N
170 :
180 IF W>A THEN 250
190 :
200 REM WERTMINDERUNG
210 R=1-(W/A)↑(1/N)
220 PRINT"JAEHRL.WERTMINDERUNG=";
230 GOTO 280
240 :
250 REM WERTSTEIGERUNG
260 R=(W/A)↑(1/N)-1
270 PRINT"JAEHRL.WERTSTEIGERUNG=";
280 PRINT INT(1E4*R+.5)/100;"%"
290 END
READY.
```

```
WERTMINDERUNG/STEIGERUNG


ÄNSCHAFFUNGSWERT? 32768

WIEDERVERKAUFSWERT? 16000

NUTZUNGSDAUER IN JAHREN? 4

JAEHRL.WERTMINDERUNG= 16.41 %
```

19. LINEARE ABSCHREIBUNG

Zum Ausgleich der Wertminderung von Gütern erlaubt der Gesetzgeber eine steuerliche Abschreibung, im Amtsdeutsch auch Absetzung für Abnutzung (AfA) genannt (vgl. § 7,1 EStG).
Eine häufige Form der Abschreibung ist die lineare Methode, bei der der gesamte Wertverlust in gleichbleibenden Raten abgeschrieben wird.

Kann z.B. eine Büro-Einrichtung vom Wert 5600 DM innerhalb von 10 Jahren linear abgeschrieben werden, so werden jährlich 560 DM abgesetzt.

Gebäude können i.a. nur mit 2% linear abgeschrieben werden. In bestimmten Fällen sind nach dem bekannten Paragraphen § 7b EStG erhöhte Abschreibungen möglich.

Zum folgenden Programm

Nach Eingabe von Anschaffungswert, Schrottwert und Nutzungsdauer, wird für jedes Jahr die Höhe der Abschreibung und der verbleibende Restwert (= Buchwert) berechnet.

Beispiel

Eine Maschine vom Anschaffungswert 40.000 DM soll in 10 Jahren linear auf den Schrottwert 500 DM abgeschrieben werden. Die jährliche AfA ist somit 3950 DM (vgl. Programmausdruck).

Literaturhinweis: [5]

```
100 REM LINEARE ABSCHREIBUNG
110 :
120 PRINT"LINEARE ABSCHREIBUNG"
130 INPUT"ANSCHAFFUNGSWERT";W
140 PRINT:INPUT"SCHROTTWERT";S
150 PRINT:INPUT"NUTZUNGSDAUER IN JAHREN";N
160 :
170 DEFFNR(X)=INT(X+.5)
180 A=(W-S)/N
190 PRINT"JAHR  ABSCHREIBUNG  BUCHWERT"
200 FOR I=1 TO N
210 W=W-A
220 PRINT I,FNR(A),FNR(W)
230 NEXT I
240 END
READY.
```

```
LINEARE  ABSCHREIBUNG

"
ANSCHAFFUNGSWERT? 40000

SCHROTTWERT? 500

NUTZUNGSDAUER IN JAHREN? 10

JAHR  ABSCHREIBUNG  BUCHWERT
 1          3950      36050
 2          3950      32100
 3          3950      28150
 4          3950      24200
 5          3950      20250
 6          3950      16300
 7          3950      12350
 8          3950      8400
 9          3950      4450
 10         3950      500
```

20. DEGRESSIVE ABSCHREIBUNG

Da in den ersten Nutzungsjahren die Wertminderung besonders groß ist, verwendet man statt der linearen die degressive Abschreibung (auch geometrisch-degressiv oder Buchwert-AfA genannt).

Da vom jeweiligen Buchwert ein konstanter Prozentsatz p abgeschrieben wird, stellen die Restwerte eine fallende geometrische Folge dar

$$R_n = A\left(1 - \frac{p}{100}\right)^n$$

dabei ist A der Anschaffungswert.
Nach § 7 Abs. 2 EStG ist die degressive Abschreibung für bewegliche Güter und zwar mit dem 2,5fachen des linearen Satzes, höchstenfalls jedoch 25%, zulässig.

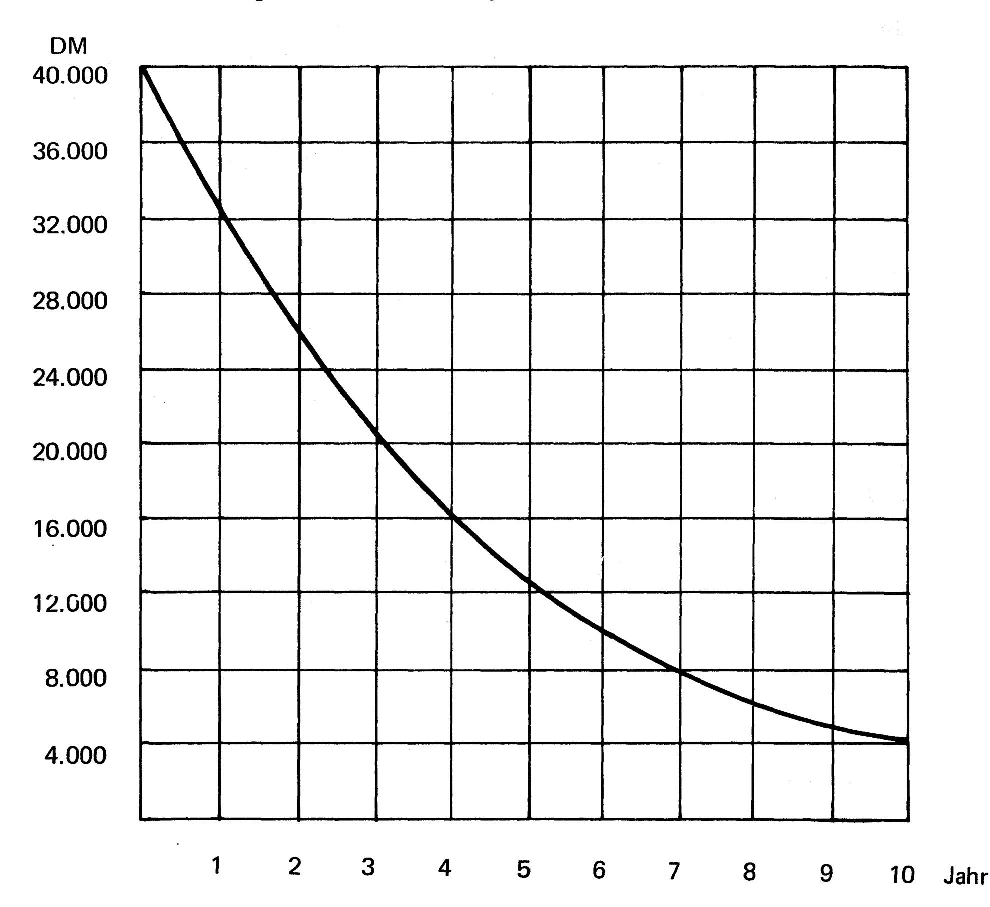
Eine Büromaschine im Wert von 20.000 DM soll in 10 Jahren weitestgehend abgeschrieben werden. Dem linearen Satz von 10% entspricht dann der degressive von 25%.
Dabei ergeben sich folgende Buchwerte

$$R_1 = 20000 \text{ DM} \cdot 0{,}25 = 5000 \text{ DM}$$
$$R_2 = (20000-5000) \text{ DM} \cdot 0{,}25 = 3750 \text{ DM}$$
$$R_3 = (20000-5000-3750) \text{ DM} \cdot 0{,}25 = 2812 \text{ DM}$$
$$R_4 = (20000-5000-3750-2812) \text{ DM} \cdot 0{,}25 = 2110 \text{ DM}$$

. . . .

$$R_{10} = 1501 \text{ DM} \cdot 0{,}25 = 375 \text{ DM}.$$

Wie man sieht, werden die AfA-Beträge stets kleiner, so daß die Restwerte niemals Null werden.



Zum folgenden Programm

Nach Eingabe des Anschaffungswertes, des Abschreibungssatzes und der Nutzungsdauer wird für jedes Jahr der Abschreibungsbetrag und der jeweilige Restwert berechnet.

Beispiel

Eine Maschine vom Anschaffungswert 40.000 DM soll degressiv 10 Jahre lang um 20% abgeschrieben werden.
Wie man dem Programmausdruck entnimmt, beträgt der Buchwert nach 10 Jahren noch immer 4295 DM.

Literaturhinweis: [5]

```
100 REM DEGRESSIVE ABSCHREIBUNG
110 :
120 PRINT"DEGRESSIVE ABSCHREIBUNG"
130 INPUT"ANSCHAFFUNGSWERT";W
140 PRINT:INPUT"ABSCHREIBUNGSSATZ IN %";P
150 PRINT:INPUT"NUTZUNGSDAUER IN JAHREN";N
160 :
170 DEF FNR(X)=INT(X+.5)
180 P=P/100
190 PRINT:PRINT"JAHR  ABSCHREIBUNG  BUCHWERT"
200 FOR I=1 TO N
210 A=W*P
220 W=W-A
230 PRINT I,FNR(A),FNR(W)
240 NEXT I
250 END
READY.
```

```
DEGRESSIVE  ABSCHREIBUNG


ANSCHAFFUNGSWERT? 40000

ABSCHREIBUNGSSATZ IN %? 20

NUTZUNGSDAUER IN JAHREN? 10

JAHR  ABSCHREIBUNG  BUCHWERT
 1          8000       32000
 2          6400       25600
 3          5120       20480
 4          4096       16384
 5          3277       13107
 6          2621       10486
 7          2097       8389
 8          1678       6711
 9          1342       5369
 10         1074       4295
```

21. GEMISCHT LINEARE UND DEGRESSIVE ABSCHREIBUNG

Da bei der degressiven Abschreibung der Schrottwert Null nicht erreicht werden kann, ist nach § 7,3 EStG der Übergang von der degressiven zur linearen Abschreibung erlaubt, jedoch nicht umgekehrt. Der günstigste Zeitpunkt dafür ist, wenn der lineare Abschreibungsbetrag dem degressiven gleichkommt. Bei einer Nutzungsdauer von 10 Jahren ist dies im 7. Jahr der Fall, der Restwert nach dem 6. Nutzungsjahr kann dann linear auf Null abgeschrieben werden.

Zum folgenden Programm

Nach Eingabe des Anschaffungswerts, des degressiven Abschreibungssatzes und der Nutzungsdauer wird für jedes Jahr der jeweilige Abschreibungsbetrag und der Buchwert berechnet. Das Programm geht zum optimalen Zeitpunkt von der degressiven zur linearen Abschreibung über; die Art der Abschreibung wird jeweils angegeben.

Beispiel

Eine Maschine vom Anschaffungswert 50.000 DM soll in 10 Jahren optimal auf den Wert Null abgeschrieben werden.
Wie man dem Programmausdruck entnehmen kann, erfolgt die AfA 7 Jahre lang degressiv. Der Buchwert von 8899 DM nach dem 6. Jahr wird dann linear 4 Jahre lang mit je 2225 DM abgeschrieben. Dabei stimmt im 7. Jahr der lineare und degressive Abschreibungsbetrag überein.

Literaturhinweis: [5]

```
100 REM GEMISCHT LINEARE UND DEGRESSIVE ABSCHREIBUNG
110 :
120 PRINT"▓▓▓▓▓▓▓▓▓▓GEMISCHTE ABSCHREIBUNG▓▓"
130 DEFFNR(X)=INT(X+.5)
140 :
150 INPUT"ANSCHAFFUNGSWERT";A
160 PRINT:INPUT"DEGRESS.ABSCHREIBUNG IN %";S
170 PRINT:INPUT"NUTZUNGSDAUER IN JAHREN";N
180 :
190 J=1
200 REM DEGRESSIVE ABSCHREIBUNG
210 B=A:S=S/100
220 :
230 PRINT"▓ JAHR";TAB(8)"BUCHWERT";TAB(20)"BETRAG";TAB(32)"ART"
240 D=B*S
250 L=B/(N-J+1)
260 IF L>D THEN 320
270 B=B-D
280 PRINT J;TAB(8)FNR(B);TAB(20)FNR(D);TAB(32)"DEG'
290 J=J+1
300 GOTO 240
310 :
320 REM UEBERGANG AUF LINEARE ABSCHREIBUNG
330 B=B-L
340 IF B=<0 THEN B=0
350 PRINT J;TAB(8)FNR(B);TAB(20)FNR(L);TAB(32)"LIN"
360 J=J+1
370 IF J>N THEN END
380 GOTO 330
READY.
```

GEMISCHTE ABSCHREIBUNG

"
ANSCHAFFUNGSWERT? 50000

DEGRESS.ABSCHREIBUNG IN %? 25

NUTZUNGSDAUER IN JAHREN? 10

JAHR	BUCHWERT	BETRAG	ART
1	37500	12500	DEG
2	28125	9375	DEG
3	21094	7031	DEG
4	15820	5273	DEG
5	11865	3955	DEG
6	8899	2966	DEG
7	6674	2225	DEG
8	4449	2225	LIN
9	2225	2225	LIN
10	0	2225	LIN

22. DIGITALE ABSCHREIBUNG

Auch bei der digitalen Abschreibung erhält man monoton fallende Abschreibungsbeträge, so daß in den ersten Nutzungsjahren die Abschreibungsbeträge besonders hoch sind.
Werden dabei in den ersten drei Jahren die Abschreibungsbeträge der degressiven Methode überschritten, so ist die digitale AfA nach § 7, Abs. 2 EStG nicht gestattet. Sie kann jedoch zur innerbetrieblichen Buchführung verwendet werden.

Die digitale Abschreibung berechnet sich wie folgt:

Ist die Nutzungsdauer n Jahre, so bildet man die Summe

$$s = 1 + 2 + 3 + \ldots + n$$

und erhält damit folgende Abschreibungsbeträge

$$\begin{array}{ll} \text{1. Jahr} & \frac{n}{s} A \\ \text{2. Jahr} & \frac{n-1}{s} A \\ \text{3. Jahr} & \frac{n-2}{s} A \\ \vdots & \\ \text{n-tes Jahr} & \frac{1}{s} A \end{array}$$

Dabei ist A der Anschaffungswert.

Beispiel

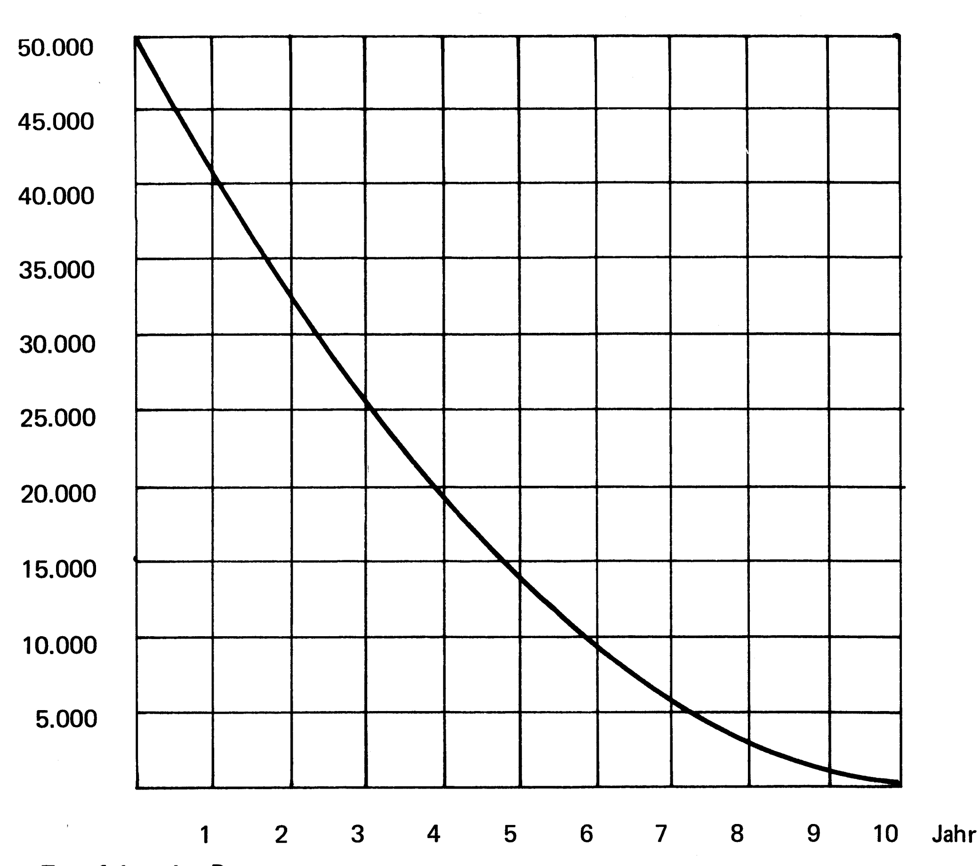
Eine Anlage im Wert von 30.000 DM soll digital in 5 Jahren vollständig abgeschrieben werden. Mit der Summe

$$s = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

berechnen sich die Abschreibungsbeträge zu

$$\begin{array}{lll} \text{1. Jahr} & \frac{5}{15} \cdot 30.000 \text{ DM} = & 10.000 \text{ DM} \\ \text{2. Jahr} & \frac{4}{15} \cdot 30.000 \text{ DM} = & 8.000 \text{ DM} \\ \text{3. Jahr} & \frac{3}{15} \cdot 30.000 \text{ DM} = & 6.000 \text{ DM} \\ \text{4. Jahr} & \frac{2}{15} \cdot 30.000 \text{ DM} = & 4.000 \text{ DM} \\ \text{5. Jahr} & \frac{1}{15} \cdot 30.000 \text{ DM} = & 2.000 \text{ DM} \end{array}$$

Es ergibt sich hier eine fallende arithmetische Folge mit dem Anfangswert 10.000 DM und der Differenz 2.000 DM.



Zum folgenden Programm

Nach Eingabe des Anschaffungswerts, Schrottwerts und der Nutzungsdauer wird für alle Jahre der jeweilige Abschreibungsbetrag und der Restwert ermittelt.

Beispiel

Eine Maschine vom Anschaffungswert 50.000 DM soll in 10 Jahren digital auf den Schrottwert 200 DM abgeschrieben werden.
Wie man dem Programmausdruck entnimmt, nimmt der Abschreibungsbetrag vom Anfangswert 9.055 DM jährlich jeweils um 905,45 DM ab.

```
100 REM DIGITALE ABSCHREIBUNG
110 :
120 PRINT"[illegible]DIGITALE ABSCHREIBUNG[illegible]"
130 INPUT"ANSCHAFFUNGSWERT";W
140 PRINT:INPUT"SCHROTTWERT";S
150 PRINT:INPUT"NUTZUNGSDAUER IN JAHREN";N
160 :
170 DEF FNR(X)=INT(X+.5)
180 D=2*(W-S)/N/(N+1)
190 A=2*(W-S)/(N+1)
200 PRINT"[illegible]JAHR    ABSCHREIBUNG RESTWERT"
210 FOR I=1 TO N
220 W=W-A
230 PRINT I,FNR(A),FNR(W)
240 A=A-D
250 NEXT I
260 END
READY.
```

```
D I G I T A L E   A B S C H R E I B U N G


ANSCHAFFUNGSWERT? 50000

SCHROTTWERT? 200

NUTZUNGSDAUER IN JAHREN? 10

JAHR    ABSCHREIBUNG RESTWERT
 1          9055       40945
 2          8149       32796
 3          7244       25553
 4          6338       19215
 5          5433       13782
 6          4527       9255
 7          3622       5633
 8          2716       2916
 9          1811       1105
 10         905        200
```

23. MONATLICHE EINKOMMENSTEUERBERECHNUNG

Zum folgenden Programm

Zunächst werden die Beitragsbemessungsgrenze der Rentenversicherungen und die Prozentsätze für Krankenkasse, Kirchensteuer, Arbeitslosenversicherung in Form von DATA-Werten eingelesen. Bei Bedarf müssen einzelne Werte geändert werden, z.B. beträgt der Kirchensteueranteil an der Lohnsteuer in manchen Bundesländern 9%.
Sodann werden nach Eingabe von Bruttolohn, Steuerklasse, Kinderzahl und zusätzlichen Freibeträgen (z.B. nach § 7b EStG) in getrennten Unterprogrammen Lohnsteuer, Kirchensteuer, Rentenversicherung, Arbeitslosenversicherung und Krankenkasse berechnet.

Das Programm stellt den Stand von 1982 dar. Die für 1983 geplanten Änderungen betreffen hauptsächlich

- die Ergänzungsabgabe
- den Wegfall der Steuerklasse I
- Anrechnung von Arbeitslosengeld
- Vorsorgepauschale bei Beamten.

Im Programm sind berücksichtigt

- Arbeitnehmer-Freibetrag von 480 DM
- Werbungskosten-Pauschale von 564 DM
- Sonderausgaben-Pauschale von 270 DM bzw. 540 DM
- Haushalsfreibetrag von 4.212 DM in Steuerklasse II
- Splittingverfahren in Steuerklasse III.

Bei der Kirchensteuer werden die Kinderfreibeträge berücksichtigt, jedoch nicht die

- Mindestbetragsgrenze von 0,30 DM in Hessen bzw. 0,60 DM in Baden-Württemberg, Hamburg, Niedersachsen und Schleswig-Holstein
- Höchstgrenze von 3 bzw. 3,5% des zu versteuernden Einkommens in Berlin, Bremen, Hamburg bzw. Niedersachsen und Schleswig-Holstein.

Beim Rentenversicherungs- und Arbeitslosenversicherungs-Betrag wird jeweils nur der Arbeitnehmeranteil berechnet.

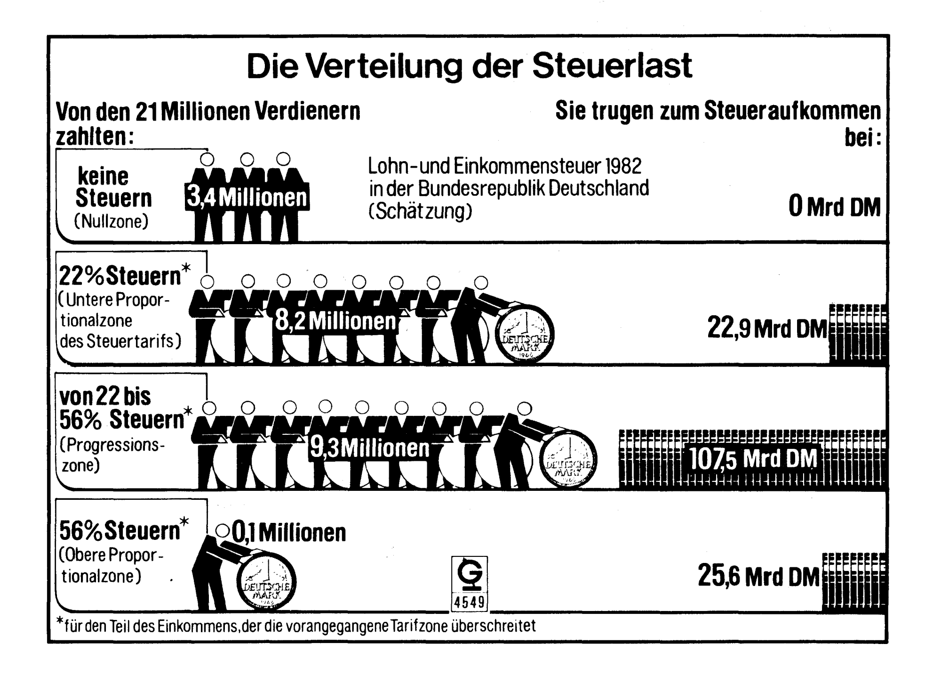
Beispiel

Ein verheirateter Arbeitnehmer mit 2 Kindern hat ein monatliches Bruttoeinkommen von 2.800 DM. Für sein Eigenheim kann er 5% von 150.000 DM nach § 7b als Freibetrag geltend machen. Dies ergibt einen monatlichen Vorwegabzug von 625 DM.

Das Programm berechnet folgende Abzüge

Lohnsteuer 313,– DM
Kirchensteuer 19,84 DM
Krankenkasse 165,20 DM
Rentenversicherung 252,– DM
Arbeitslosenversicherung 56,– DM.

Somit verbleibt ein Nettolohn von 1.993,96 DM.



```
100 REM MONATSLOHNSTEUER-BERECHNUNG
110 :
120 PRINT"MONATSLOHNSTEUER-BERECHNUNG"
130 DEF FNR(X)=54*INT(X/54)
140 DEF FNT(X)=INT(ABS(X)*1000)/1000*SGN(X)
150 REM BEITRAGSBEMESSUNGSGRENZEN
160 READ B1: REM RENTENVERSICH.
170 B2=B1*3/4: REM KRANKENKASSE
180 :
190 REM PROZENTSAETZE
200 READ P1: REM KIRCHENSTEUER
210 READ P2: REM RENTENVERSICH.
220 READ P3: REM ARBEITSLOS.VERSICH.
230 READ P4: REM KRANKENKASSE
240 :
250 INPUT"BRUTTOLOHN";BL
260 PRINT:INPUT"STEUERKLASSE";SK
270 PRINT:INPUT"ZAHL DER KINDER";KI
280 PRINT:INPUT"PERSOENL.FREIBETRAG";FB
290 SF=BL-FB
300 :
310 REM STEUER
320 GOSUB 570
330 :
340 REM KIRCHENSTEUER
350 GOSUB 1480
```

```
360 :
370 REM RENTENVERSICHERUNG
380 GOSUB 1620
390 :
400 REM ARBEITSLOSENVERSICHERUNG
410 GOSUB 1690
420 :
430 REM KRANKENKASSE
440 GOSUB 1760
450 :
460 REM AUSGABE
470 PRINT"LOHNSTEUER=";LS;"DM"
480 PRINT"KIRCHENSTEUER=";KS;"DM"
490 PRINT"KRANKENKASSE=";KK;"DM"
500 PRINT"RENTENVERSICHERUNG=";RV;"DM"
510 PRINT"ARBEITSLOSENVERSICH.=";AV;"DM"
520 NL=BL-LS-KS-KK-RV-AV
530 NL=INT(NL*100+.001)/100
540 PRINT"NETTOLOHN=";NL;"DM"
550 END
560 :
570 REM LOHNSTEUER
580 JL=SF*12:J=JL
590 REM FREIBETRAEGE
600 ON SK GOTO 610,610,620,610,630,640
610 J=J-1314:GOTO 650
```

```
620 J=J-1584:GOTO 650
630 J=J-1044:GOTO 650
640 J=J-18
650 REM HAUSHALTSFREIBETRAG
660 IF SK=2 AND KI>0 THEN J=J-4212
670 IF SK>4 THEN 860
680 :
690 REM VORSORGEPAUSCHALE
700 W=1:B=W
710 VP=9*JL/100
720 IF JL>B1*12 THEN VP=18*B1*6/100
730 IF SK=3 THEN W=2
740 IF SK=4 THEN B=.5
750 V1=W*2340+KI*B*600
760 V2=V1/2
770 IF VP>V2 THEN 810
780 VP=2*VP
790 IF VP<W*300 THEN VP=W*300
800 GOTO 830
810 IF V1>=VP THEN VP=VP+V2:GOTO 830
820 VP=V1+V2
830 VP=FNR(VP)
840 J=J-VP
850 :
860 REM STEUERBERECHNUNG
```

```
870 ON SK GOTO 890,890,940,890,990,990
880 :
890 REM STEUERKLASSEN 1,2,4
900 T=FNR(J)
910 GOSUB 1130
920 LS=S:GOTO 1090
930 :
940 REM STEUERKLASSE 3
950 T=FNR(J/2)
960 GOSUB 1130
970 LS=2*S:GOTO 1090
980 :
990 REM STEUERKLASSE 5,6
1000 T=FNR(J)
1010 T=T*5/4:GOSUB 1130
1020 S3=2*S
1030 T=FNR(J)
1040 T=T*3/4:GOSUB 1130
1050 LS=S3-2*S
1060 SL=INT(.22*J)
1070 IF LS<SL THEN LS=SL
1080 :
1090 REM MONATSSTEUER
1100 LS=INT(LS/1.2+.001)/10
1110 RETURN
```

```
1120 :
1130 REM STEUERTARIF NACH PARAGRAPH 32A ESTG
1140 S=0
1150 IF T<4212 THEN RETURN
1160 :
1170 IF T>18000 THEN 1220
1180 V=.22*T-926
1190 S=INT(V)
1200 RETURN
1210 :
1220 IF T>=60000 THEN 1330
1230 U=T/10000
1240 U=U-1.8
1250 V=3.05*U:V=FNT(V)
1260 V=(V-73.76)*U:V=FNT(V)
1270 V=(V+695)*U:V=FNT(V)
1280 V=(V+2200)*U:V=FNT(V)
1290 V=V+3034
1300 S=INT(V)
1310 RETURN
1320 :
1330 IF T>=13000 THEN 1440
1340 U=T/10000
1350 U=U-6
1360 V=.09*U:V=FNT(V)
```

```
1370 V=(V-5.45)*U:V=FNT(V)
1380 V=(V+88.13)*U:V=FNT(V)
1390 V=(V+5040)*U:V=FNT(V)
1400 V=V+20018
1410 S=INT(V)
1420 RETURN
1430 :
1440 V=.56*T-14837
1450 S=INT(V)
1460 RETURN
1470 :
1480 REM KIRCHENSTEUER
1490 KS=0:S=LS
1500 IF SK=1 OR SK>4 OR KI=0 THEN 1580
1510 :
1520 REM FREIBETRAEGE
1530 S=S-(KI-1)*75+10
1540 IF SK<>4 THEN S=S-(KI-1)*75+10
1550 IF KI<>1 THEN 1580
1560 S=S-35
1570 IF SK<>4 THEN S=S-35
1580 IF S<0 THEN S=0
1590 KS=INT(S*P1+.001)/100
1600 RETURN
1610 :
```

```
1620 REM RENTENVERSICHERUNG
1630 RV=0:S=BL
1640 IF S>B1 THEN S=B1
1650 RV=INT(S*P2+.5001)/100
1660 RV=RV/2: REM ARBEITNEHMERANTEIL
1670 RETURN
1680 :
1690 REM ARBEITSLOSENVERSICHERUNG
1700 AV=0:S=BL
1710 IF S>B1 THEN S=B1
1720 AV=INT(S*P3+.5001)/100
1730 AV=AV/2: REM ARBEITNEHMERANTEIL
1740 RETURN
1750 :
1760 REM KRANKENKASSE
1770 KK=0:S=BL
1780 IF S>B2 THEN S=B2
1790 KK=INT(S*P4+.5001)/100
1800 KK=KK/2
1810 RETURN
1820 :
1830 REM DATA-WERTE FUER BAYERN(STAND 1982)
1840 DATA 4700,8,18,4,11.8
READY.
```

```
MONATS-LOHNSTEUER

BRUTTOLOHN? 2800

STEUERKLASSE? 4

ZAHL DER KINDER? 2

PERSOENL.FREIBETRAG? 625

LOHNSTEUER= 313 DM

KIRCHENSTEUER= 19.84 DM

KRANKENKASSE= 165.2 DM

RENTENVERSICHERUNG= 252 DM

ARBEITSLOSENVERSICH.= 56 DM

NETTOLOHN= 1993.96 DM
```

24. INTERNER ZINSFUSS BEI INVESTITIONEN

Eine Methode zur Berechnung der Rentabilität einer Investition ist die Methode des internen Zinsfusses.
Sind $E_1, E_2, \ldots, E_n$ die Investitionserträge, so wird der interne Zinsfuß dadurch bestimmt, daß der Barwert der Erträge gleich der Investitionshöhe K ist.

$$\frac{E_1}{1+r} + \frac{E_2}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{E_n}{(1+r)^n} = K$$

Da diese Beziehung eine nichtlineare Gleichung für den Zinsfuß r darstellt, muß eine Intervallschachtelung zur Berechnung durchgeführt werden. Ist der interne Zinsfuß kleiner als die zu erzielende Rendite, so ist die Investition unrentabel. Mit dem internen Zinsfuß können auch verschiedene zur Diskussion stehende Investitionen miteinander verglichen werden.

Zum folgenden Programm

Nach Eingabe der Investitionshöhe, der Nutzungsdauer und der jeweiligen Erträge, berechnet das Programm mit Hilfe einer Intervallschachtelung den internen Zinsfuß.

Beispiel

Durch den Kauf einer Maschine im Wert von 10.000 DM kann ein Fabrikant während der nächsten 5 Jahre die Erträge

1000 DM, 2000 DM, 2500 DM, 3000 DM und 3500 DM

erzielen. Der Schrottwert der Maschine ist 500 DM. Das Programm liefert den internen Zinsfuß 6,57 %.

Literaturhinweis: [10]

```
100 REM INTERNER ZINSFUSS BEI INVESTITIONEN
110 :
120 PRINT"□■■■■INTERNER ZINSFUSS■"
130 INPUT"INVESTITIONSHOEHE";K
140 INPUT"ZEITRAUM IN JAHREN";N
150 INPUT"RESTWERT";R
160 FOR I=1 TO N
170 PRINT"ERTRAG IM JAHR";I;:INPUT E(I)
180 NEXT I
190 E(N)=E(N)+R
200 :
210 REM INTERVALLSCHACHTELUNG
220 P1=0:P2=1:P3=0
230 P=(P1+P2)/2
240 IF ABS(P-P3)<1E-5 THEN 340
250 P3=P
260 S=0
270 FOR I=1 TO N
280 S=S+E(I)/(P+1)↑I
290 NEXT I
300 IF S=K THEN 340
310 IF K>S THEN P2=P:GOTO 230
320 P1=P:GOTO 230
330 :
340 PRINT"■INTERNER ZINSFUSS=";INT(1E4*P+.5)/100;"%"
350 END
READY.
```

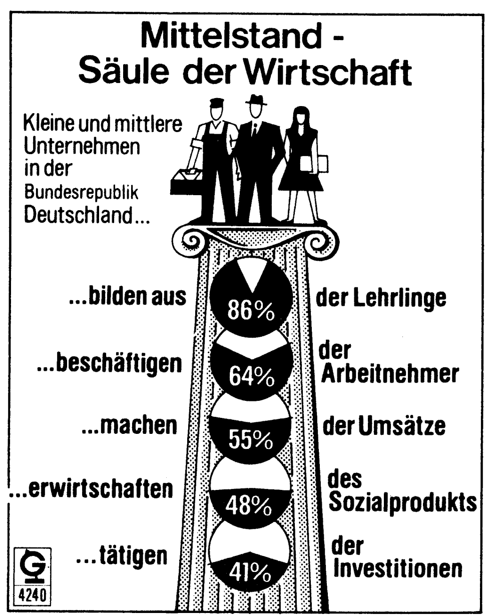
```
I N T E R N E R   Z I N S F U S S

INVESTITIONSHOEHE? 10000
ZEITRAUM IN JAHREN? 5
RESTWERT? 500
ERTRAG IM JAHR 1 ? 1000
ERTRAG IM JAHR 2 ? 2000
ERTRAG IM JAHR 3 ? 2500
ERTRAG IM JAHR 4 ? 3000
ERTRAG IM JAHR 5 ? 3500

INTERNER ZINSFUSS= 6.57 %
```

25. KAPITALWERTMETHODE BEI INVESTITIONEN

Da die Methode des internen Zinsfusses ohne Rechner nicht durchführbar ist, verwendete man früher die Kapitalwertmethode, bei der mit geeigneten Tabellen gearbeitet wird.
Dabei berechnet man den Barwert der Investitionserträge für einen vorgegebenen Zinssatz (Kalkulationszinssatz) und vermindert ihn um die Investitionshöhe. Ist der so berechnete Kapitalwert positiv, so ist die Investition rentabel. Ein negativer Kapitalwert zeigt, daß der kalkulierte Zinsfuß nicht erreicht worden ist.



Zum folgenden Programm

Nach Eingabe der Investitionshöhe, der Nutzungsdauer, der angestrebten Rendite und des Restwerts, berechnet das Programm den Kapitalwert der Investition nach dem oben angegebenen Verfahren.

Beispiel

Durch eine Investition von 10.000 DM könnte ein Unternehmer in den folgenden 5 Jahren folgende Erträge erzielen:

1000 DM, 2000 DM, 2500 DM, 3000 DM und 3500 DM.

Bei einer angestrebten Verzinsung von 10% ist der Kapitalwert der Investition −1027 DM; d.h. die Investition erbringt nicht die gewünschte Rendite.

Literaturhinweis: [10]

```
 100 REM KAPITALWERTMETHODE BEI INVESTITIONEN
 110 :
 120 PRINT"[illegible]KAPITALWERTMETHODE[illegible]"
 130 INPUT"INVESTITIONSHOEHE";K
 140 INPUT"ZEITRAUM IN JAHREN";N
 150 INPUT"GEWUENSCHTE RENDITE IN %";P
 160 INPUT"RESTWERT";R
 170 :
 180 Q=1+P/100
 190 FOR I=1 TO N
 200 PRINT"ERTRAG IM JAHR";I;:INPUT E
 210 S=S+E/Q↑I
 220 NEXT I
 230 S=S+R/Q↑N-K
 240 :
 250 PRINT"[illegible]KAPITALWERT DER INVESTITION ";INT(100*
 260 END
READY.
K A P I T A L W E R T M E T H O D E
.
INVESTITIONSHOEHE? 10000
ZEITRAUM IN JAHREN? 5
GEWUENSCHTE RENDITE IN %? 10
RESTWERT? 500
ERTRAG IM JAHR 1 ? 1000
ERTRAG IM JAHR 2 ? 2000
ERTRAG IM JAHR 3 ? 2500
ERTRAG IM JAHR 4 ? 3000
ERTRAG IM JAHR 5 ? 3500

KAPITALWERT DER INVESTITION -1027
```

26. ANNUITÄTENMETHODE BEI INVESTITIONEN

Ebenfalls aus der Zeit des Handrechnens stammt die Annuitätenmethode. Aus Einfachheitsgründen geht sie von den durchschnittlichen Kosten und Erträgen aus, die durch die Investition anfallen.
Die mittleren Kosten werden als Annuitätenzahlung (vgl. Programm 17) aufgefaßt und können daher mit der Annuitätenformel berechnet werden. Übersteigen die so ermittelten durchschnittlichen Kosten die durchschnittlichen Einnahmen, so ist die Investition als unrentabel zu betrachten. Die Differenz der mittleren Einnahmen und Kosten stellt den durchschnittlichen Ertrag dar. Diese Differenz erlaubt auch wieder einen Vergleich zwischen mehreren zur Diskussion stehenden Investitionen.

Zum folgenden Programm

Nach Eingabe der Investitionshöhe, der Nutzungsdauer, der gewünschten Rendite, des Restwerts und der mittleren Kosten und Einnahmen pro Jahr, berechnet das Programm den durchschnittlichen Ertrag der Investition nach der Annuitätenformel.

Beispiel

Durch eine Investition in Höhe von 10.000 DM könnte ein Fabrikant 5 Jahre lang, bei durchschnittlich 1000 DM Kosten, durchschnittlich 3400 DM einnehmen. Die Rendite soll 10% betragen.
Es ergeben sich mittlere Kosten in Höhe von 3506,08 DM. Der durchschnittliche Ertrag beträgt somit –106,08 DM. Die angestrebte Verzinsung wird also nicht erreicht.

Literaturhinweis: [10]

```
100 REM ANNUITAETENMETHODE BEI INVESTITIONEN
110 :
120 PRINT"ANNUITAETENMETHODE"
130 INPUT"INVESTITIONSHOEHE";K
140 INPUT"ZEITRAUM IN JAHREN";N
150 INPUT"GEWUENSCHTE RENDITE IN %";P
160 INPUT"RESTWERT";R
170 INPUT"MITTLERE KOSTEN PRO JAHR";C
180 INPUT"MITTLERE EINNAHMEN PRO JAHR";E
190 :
200 DEFFNR(X)=INT(100*X+.5)/100
210 Q=1+P/100:QN=Q↑N
220 C=(K-R)*P*QN/(QN-1)/100+C
230 PRINT"DURCHSCHN.KOSTEN=";FNR(C)
240 PRINT"DURCHSCHN.EINNAHMEN=";FNR(E)
250 PRINT"DURCHSCHN.ERTRAG=";FNR(E-C)
READY.
ANNUITAETENMETHODE

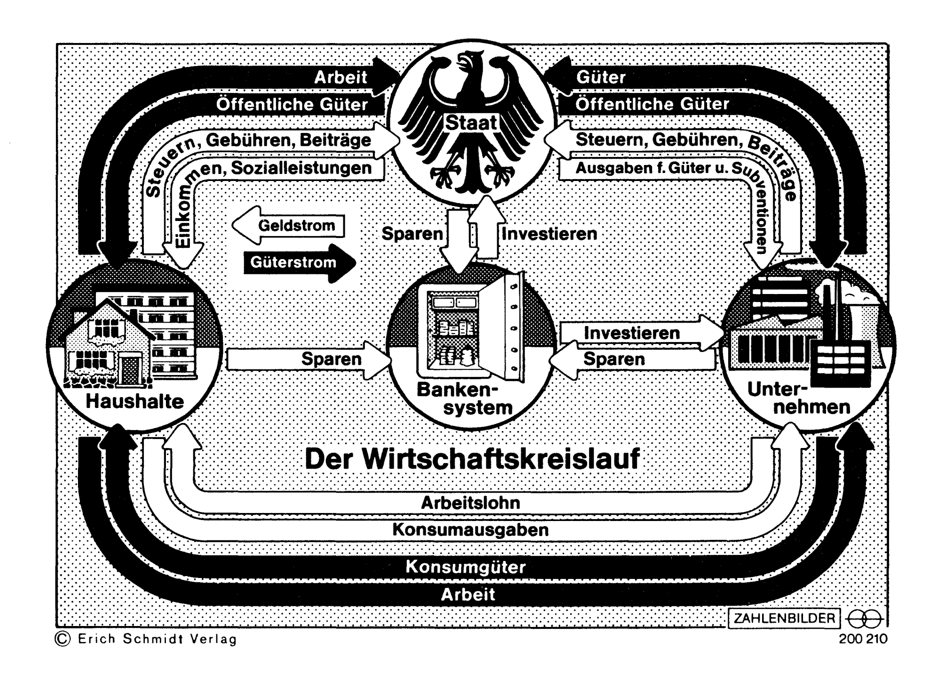
INVESTITIONSHOEHE? 10000
ZEITRAUM IN JAHREN? 5
GEWUENSCHTE RENDITE IN %? 10
RESTWERT? 500
MITTLERE KOSTEN PRO JAHR? 1000
MITTLERE EINNAHMEN PRO JAHR? 3400
DURCHSCHN.KOSTEN= 3506.08

DURCHSCHN.EINNAHMEN= 3400

DURCHSCHN.ERTRAG=-106.08
```

27. KAUF-LEASING-ENTSCHEIDUNG

Die Kapitalwertmethode von Programm 25 kann auch zur Entscheidung zwischen Kauf oder Leasing eines Objekts herangezogen werden.
Dazu wird der Barwert aller Beträge berechnet, die beim Kauf anfallen, wie Kreditkosten und Abschreibungen. Der Vergleich mit den jährlichen Leasingkosten zeigt, ob das Leasingverfahren rentabel ist oder nicht.
Wie bei den drei vorhergehenden Programmen sind hier noch steuerliche Gesichtspunkte, Investitionsbeihilfen usw. in Betracht zu ziehen.



Zum folgenden Programm

Nach Eingabe der Investitionshöhe, des internen Zinsfusses, der Nutzungsdauer, des Restwerts, des Steuersatzes für Abschreibungen, der jährlichen Kosten für Kredit bzw. Leasing, berechnet das Programm nach der angegebenen Methode den Barwert der Kauf- bzw. Leasingkosten.
Dabei werden steuerliche Gesichtspunkte (außer den Abschreibungen beim Kauf), Abschreibungen beim Leasingverfahren u.ä. nicht berücksichtigt.

Beispiel

Ein Betrieb benötigt eine Maschine vom Anschaffungswert 20.000 DM; der Restwert nach 4 Jahren beträgt 8000 DM. Die jährlichen Kreditkosten belaufen sich auf 3200 DM, die Leasingkosten auf 2600 DM. Die Maschine kann bei einem Steuersatz von 35% linear abgeschrieben werden.
Das Programm zeigt, daß der Barwert der Kaufkosten um ca. 6000 DM niedriger liegt als der der Leasingkosten. Das Leasingverfahren ist hier also nicht rentabel.

```
100 REM KAUF- ODER LEASING-ENTSCHEIDUNG
110 :
120 PRINT"KAUF/LEASING-ENTSCHEIDUNG"
130 INPUT"WERT DES OBJEKTS";W
140 INPUT"INTERNER ZINS IN %";P
150 INPUT"ANZAHL DER JAHRE";J
160 INPUT"RESTWERT DES OBJEKTS";R
170 INPUT"STEUER IN %";S
180 INPUT"JAEHRL.KREDITZINSEN";KK
190 INPUT"JAEHR.LEASINGKOSTEN";LK
200 :
210 DEF FNR(X)=INT(100*X+.5)/100
220 Q=1+P/100:S=S/100
230 K=0:L=0
240 FOR I=1 TO J
250 PRINT"ABSCHREIBUNG IM JAHR";I;:INPUT A
260 W0=ABS(W-W*Q)
270 A=(KK-(A+W0)*S)/(Q↑I)
280 W=W-KK+W0
290 K=K+A
300 L=L+(LK-(LK*S))/(Q↑I)
310 NEXT I
320 K=K-R/(Q↑J)
330 :
340 PRINT"BARWERT DER KAUFKOSTEN=";FNR(K);"DM"
350 PRINT"BARWERT DER LEASINGKOSTEN=";FNR(L);"DM"
```

```
 360 IF L<K THEN 380
 370 PRINT"GEWINN BEIM KAUF";FNR(L-K);"DM":END
 380 PRINT"GEWINN BEIM LEASING";FNR(K-L);"DM"
 390 END
READY.
```

KAUF/LEASING-ENTSCHEIDUNG

```
WERT DES OBJEKTS? 20000
INTERNER ZINS IN %? 10
ANZAHL DER JAHRE? 4
RESTWERT DES OBJEKTS? 8000
STEUER IN %? 35
JAEHRL.KREDITZINSEN? 3200
JAEHR.LEASINGKOSTEN? 2600
ABSCHREIBUNG IM JAHR 1 ? 3000
ABSCHREIBUNG IM JAHR 2 ? 3000
ABSCHREIBUNG IM JAHR 3 ? 3000
ABSCHREIBUNG IM JAHR 4 ? 3000

BARWERT DER KAUFKOSTEN=-671.87 DM

BARWERT DER LEASINGKOSTEN= 5357.07 DM

GEWINN BEIM KAUF 6028.95 DM
```

28. ENTSCHEIDUNG BEI MEHREREN ZIELEN

Das Vorgehen wird an einem Beispiel (entnommen aus [4]) gezeigt.
Von einer Unternehmensleitung werden folgende Firmenziele Z_i und ihre Bewertung g_i formuliert:

Z_1 : Beibehaltung der bestehenden Firmenleitung	0,25
Z_2 : Garantie einer 6%-igen Dividende	0,30
Z_3 : 15% Rendite bei zusätzlichen Investitionen	0,10
Z_4 : Keine Personalentlassungen	0,15
Z_5 : Stillhalteabkommen zwischen Firmenleitung und Personal	0,05
Z_6 : Beibehaltung der Fertigungsqualität	0,05
Z_7 : Förderung der Ortsgemeinde	0,10
Summe:	1,00

Zur Erreichung dieser Ziele werden drei Strategien diskutiert:

1 :	Erweiterung der Produktionspalette und Erschließung neuer Märkte
2 :	Beibehaltung der Firmengröße und technische Verbesserung der bisher erzeugten Produkte
3 :	Beibehaltung der Firmengröße und Ersetzung von weniger gewinnbringenden Produkten durch rentablere

Das Erreichen der Ziele Z_i durch die Strategien $j=1,2,3$ wird durch (subjektive) Wahrscheinlichkeiten p_{ij} mit $0 < p_{ij} < 1$ gekennzeichnet:

0 heißt, daß die Strategie das Ziel höchst unwahrscheinlich fördert; 0,5 bedeutet: die Strategie spricht weder für noch gegen das Ziel; 1 zeigt an, daß die Strategie das Ziel höchstwahrscheinlich fördert. Entsprechend sind die mittleren Werte zu verstehen.

Folgende Wahrscheinlichkeitstabelle wird gewählt:

Strategie \ Ziel	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7
1	0,4	0,2	0,8	0,8	0,3	0,6	0,8
2	0,9	0,9	0,2	0,3	0,8	0,4	0,3
3	0,7	0,7	0,4	0,3	0,7	0,8	0,5

Multipliziert man die Zeilenelemente der Wahrscheinlichkeitstabelle mit den entsprechenden Bewertungseinheiten der Ziele, so erhält man ein Maß für den Nutzen der einzelnen Strategien. Für Strategie 1 ergibt sich die Summe

$$0{,}4\cdot 0{,}25+0{,}2\cdot 0{,}3+0{,}8\cdot 0{,}1+0{,}8\cdot 0{,}15+0{,}3\cdot 0{,}05+0{,}6\cdot 0{,}05+0{,}8\cdot 0{,}1 = 0{,}485.$$

Entsprechend folgt für Strategie 2 0,650 und für 3 0,595. Strategie 2 hat die größte Nutzensumme und ist daher im Sinne der von der Firma angestrebten Ziele optimal.

Zum folgenden Programm

Die Anzahl der Ziele und Strategien, die Wahrscheinlichkeitstabelle und die Zielbewertungseinheiten werden in Form von DATA-Werten eingelesen. Das Programm berechnet daraus die Nutzensummen und gibt die optimale Strategie aus.
Im Programm wird das oben behandelte Beispiel berechnet (vgl. Programmausdruck).

```
100 REM ENTSCHEIDUNG UNTER MEHREREN ZIELEN
110 :
120 READ N : REM ANZAHL DER ZIELE
130 READ M : REM ANZAHL DER STRATEGIEN
140 DIM E(M,N)
145 :
150 PRINT"ENTSCHEIDUNG UNTER MEHREREN ZIELEN"
160 PRINT"ENTSCHEIDUNGSMATRIX"
170 FOR I=1 TO M
180 FOR K=1 TO N
190 READ E(I,K):PRINTE(I,K);
200 NEXT K:PRINT
210 NEXT I
220 PRINT"BEWERTUNG DER ZIELE"
230 FOR I=1 TO N
240 READ B(I):PRINTB(I);
250 NEXT I
260 PRINT:PRINT
270 :
280 REM BERECHNUNG DER STRATEGIE-WERTE
290 MX=0
300 FOR I=1 TO M
310 S=0
320 FOR K=1 TO N
330 S=S+E(I,K)*B(K)
340 NEXT K
350 PRINT"WERT DER STRATEGIE";I;S
```

```
360 IF S>MX THEN MX=S:J=I
370 NEXT I
380 :
390 PRINT"OPTIMALE ENTSCHEIDUNG FUER STRATEGIE";J
400 END
410 :
420 DATA 7
430 DATA 3
440 DATA .4,.2,.8,.8,.3,.6,.8
450 DATA .9,.9,.2,.3,.8,.4,.3
460 DATA .7,.7,.4,.3,.7,.8,.5
470 DATA .25,.3,.1,.15,.05,.05,.1
READY.
ENTSCHEIDUNG UNTER MEHREREN ZIELEN
.
ENTSCHEIDUNGSMATRIX
 .4   .2   .8   .8   .3   .6   .8
 .9   .9   .2   .3   .8   .4   .3
 .7   .7   .4   .3   .7   .8   .5

BEWERTUNG DER ZIELE
 .25   .3   .1   .15   .05   .05   .1

WERT DER STRATEGIE 1   .485
WERT DER STRATEGIE 2   .65
WERT DER STRATEGIE 3   .595

OPTIMALE ENTSCHEIDUNG FUER STRATEGIE 2
```

29. ENTSCHEIDUNG BEI GEGEBENEN WAHRSCHEINLICHKEITEN

Während bei Programm 28 Entscheidungen unter frei wählbaren Zielen zu fällen waren, sind nun die äußeren Umstände, z.B. die wirtschaftliche Entwicklung, vorgegeben. In der Entscheidungstheorie spricht man von den Gegebenheiten als dem Zustand der Welt, die Entscheidung ist ein Spiel gegen die Natur.
Auf die Zustände Z_j, die mit den (subjektiven) Wahrscheinlichkeiten p_j eintreten, kann durch Wahl einer Strategie i (i=1,2,. .) reagiert werden.

Die Ergebnisse E_{ij}, die man bei der Wahl der Strategie i beim Zustand der Welt Z_j erhält, werden in einer Tabelle (Ergebnismatrix genannt) dargestellt:

Strategie \ Zustand	Z_1	Z_2	Z_3	....	Z_m
1	E_{11}	E_{12}	E_{13}	....	E_{1m}
2	E_{21}	E_{22}	E_{23}	....	E_{em}
.	...	...	...	....	...
n	E_{n1}	E_{n2}	E_{n3}	....	E_{nm}

Die Elemente der Tabelle können z.B. Gewinnerwartungen in DM sein.

Die Gewinnerwartung eines Unternehmens sei, abhängig vom Konjunkturverlauf, durch folgende Ergebnismatrix gegeben:

	Aufschwung	Stagnation	Rezession	Zeilen-minimum	Zeilen-maximum
1	10.000	5.000	3.000	3.000	10.000
2	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000
3	20.000	5.000	–1.000	–1.000	20.000
4	10.000	3.000	4.000	3.000	10.000

Es wird geschätzt, daß alle Zustände mit gleicher Wahrscheinlichkeit eintreten:

$$p_1 = \frac{1}{3},\ p_2 = \frac{1}{3} \text{ und } p_3 = \frac{1}{3}.$$

In der Entscheidungstheorie (vgl. [11]) werden folgende Kriterien zur Wahl der optimalen Strategie genannt:

a. Das **Erwartungswert**-Kriterium
Es wird diejenige Strategie gewählt, die den größten Erwartungswert

$$E_i = E_{i1}p_1 + E_{i2}p_2 + \ldots + E_{im}p_m$$

erzielt. Diese Vorgehensweise entspricht der von Programm 28.
Beim angegebenen Beispiel gilt:

$$E_1 = 10.000 \text{ DM} \cdot \frac{1}{3} + 5000 \text{ DM} \cdot \frac{1}{3} + 3000 \text{ DM} \cdot \frac{1}{3} = 6000 \text{ DM}$$

$$E_2 = 5000 \text{ DM}$$

$$E_3 = 8000 \text{ DM}$$

$$E_4 = 5667 \text{ DM.}$$

Nach dem Erwartungswert-Kriterium ist 3 die optimale Strategie. Eine Entscheidung nach diesem Kriterium ist risikoneutral.

b. Das **Minimax**-Kriterium
Das Minimax-Kriterium ist extrem pessimistisch; es wählt nämlich diejenige Strategie aus, deren ungünstigstes Ergebnis noch möglichst günstig ist. Dazu sucht man in der Ergebnismatrix das Maximum aller Zeilenminima; hier 5000 DM.
Im Sinne des Minimax-Kriteriums ist somit Strategie 2 optimal.

c. Das **Maximax**-Kriterium
Gegenüber dem Minimax-Kriterium ist das Maximax-Kriterium äußerst optimistisch; es wählt nämlich diejenige Strategie aus, die den überhaupt größten Gewinn verspricht. In der Entscheidungsmatrix wird dazu das Maximum aller Zeilenmaxima ausgesucht; hier 20.000 DM.
Im Sinne des Maximax-Kriteriums ist also Strategie 2 optimal.

d. Das **Hurwicz**-Kriterium
Einen Ausgleich zwischen dem pessimistischen Standpunkt des Minimax-Kriteriums und dem optimistischen Standpunkt des Maximax-Kriteriums schafft das Hurwicz-Kriterium. Dabei werden für alle Strategien die gewichteten Summen

$$\alpha \cdot \text{Zeilenmaximum} + (1 - \alpha) \cdot \text{Zeilenminimum}$$

berechnet und diejenige Strategie ausgewählt, deren Summe am größten ist. Die Zahl α mit $0 < \alpha < 1$ heißt Optimismusindex.

Für $\alpha = 0{,}75$ ergibt sich bei

Strategie 1: $0{,}75 \cdot 10.000$ DM $+ 0{,}25 \cdot 3000$ DM $= 8250$ DM

2: $0{,}75 \cdot 5000$ DM $+ 0{,}25 \cdot 5000$ DM $= 5000$ DM

3: $0{,}75 \cdot 20.000$ DM $+ 0{,}25 \cdot (-1000)$DM $= 14.750$ DM

4: $0{,}75 \cdot 10.000$ DM $+ 0{,}25 \cdot 3000$ DM $= 8250$ DM.

Im Sinne des Hurwicz-Kriteriums ist also Strategie 3 optimal für $\alpha = 75\%$.

Zum folgenden Programm

Die Anzahl der Zustände, der Strategien, die Ergebnismatrix und die Wahrscheinlichkeiten werden in Form von DATA-Werten eingelesen, ebenso der Optimismusindex.

Das Programm druckt dann für jedes der beschriebenen Kriterien die optimale Strategie aus.

Im Programm wird das angegebene Beispiel behandelt.

```
100 REM ENTSCHEIDUNG BEI GEG.WAHRSCHEINLICHKEITEN
110 :
120 READ M : REM ANZAHL DER ZUSTAENDE
130 READ N : REM ANZAHL DER STRATEGIE
140 FOR I=1 TO N
150 FOR J=1 TO M
160 READ A(I,J)
170 NEXT J
180 NEXT I
190 :
200 S=0
210 FOR I=1 TO M
220 READ P(I)
230 S=S+P(I)
240 NEXT I
250 IF ABS(S-1)>1E-6 THEN PRINT"WAHRSCHEINLICHK.<>1":END
260 :
270 REM BESTIMMUNG DER ZEILENMINIMA U.MAXIMA
280 FOR I=1 TO N
290 MI=A(I,1):MA=A(I,1)
300 FOR J=2 TO M
310 IF A(I,J)> MA THEN MA=A(I,J)
320 IF A(I,J)< MI THEN MI=A(I,J)
330 NEXT J
340 MI(I)=MI
350 MA(I)=MA
```

```
360 NEXT I
370 :
380 REM ERWARTUNGSWERTKRITERIUM
390 FOR I=1 TO N
400 S=0
410 FOR J=1 TO M
420 S=S+A(I,J)*P(J)
430 NEXT J
440 E(I)=S
450 NEXT I
460 E=0:K=0
470 PRINT"ERWARTUNGSWERTKRITERIUM"
480 PRINT"STRATEGIE  GEWINNERWARTUNG"
490 FOR I=1 TO N
500 PRINT I,INT(100*E(I)+.5)/100
510 IF E(I)>E THEN E=E(I):K=I
520 NEXT I
530 PRINT"OPTIMALE STRATEGIE";K
540 :
550 REM MINIMAX-KRITERIUM
560 E=MA(1):K=0
570 FOR I=2 TO N
580 IF MA(I)< E THEN E=MA(I):K=I
590 NEXT I
600 PRINT"MINIMAX=";E
610 PRINT"OPTIMALE STRATEGIE";K
```

```
620 :
630 REM MAXIMAX-KRITERIUM
640 E=MA(1)
650 FOR I=2 TO N
660 IF MA(I)>E THEN E=MA(I):K=I
670 NEXT I
680 PRINT"MAXIMAX=";E
690 PRINT"OPTIMALE STRATEGIE";K
700 :
710 REM HURWITZKRITERIUM
720 READ A
730 PRINT"HURWITZKRITERIUM:OPTIMISMUSINDEX=";A
740 PRINT"STRATEGIE GEWINNERWARTUNG"
750 E=0:K=0
760 FOR I=1 TO N
770 E(I)=A*MA(I)+(1-A)*MI(I)
780 PRINT I,E(I)
790 IF E(I)>E THEN E=E(I):K=I
800 NEXT I
810 PRINT"OPTIMALE STRATEGIE";K
820 END
830 :
840 DATA 3,4
850 DATA 10000,5000,3000
860 DATA 5000,5000,5000
870 DATA 20000,5000,-1000
880 DATA 10000,3000,4000
890 :
900 DATA .333333333,.333333333,.333333333
910 DATA .75
READY.
```

```
ENTSCHEIDUNG  BEI  GEG. WAHRSCHEIN.
.
ERWARTUNGSWERTKRITERIUM
STRATEGIE   GEWINNERWARTUNG
 1          6000
 2          5000
 3          8000
 4          5666.67
OPTIMALE STRATEGIE 3

MINIMAX= 5000
OPTIMALE STRATEGIE 2

MAXIMAX= 20000
OPTIMALE STRATEGIE 3

HURWITZKRITERIUM:OPTIMISMUSINDEX= .75
STRATEGIE GEWINNERWARTUNG
 1          8250
 2          5000
 3          14750
 4          8250
OPTIMALE STRATEGIE 3
```

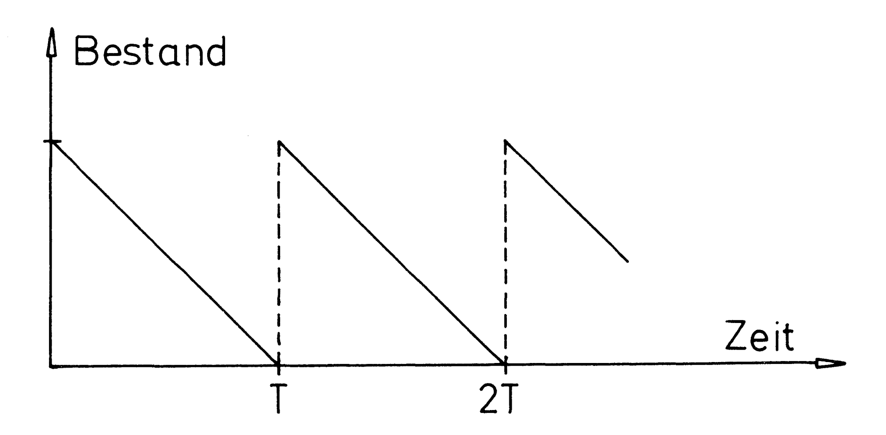
30. LAGERHALTUNG OHNE FEHLMENGEN

Ist der Bedarf eines Lagers bekannt und zeitlich konstant und kann es jederzeit ergänzt werden, so läßt sich eine optimale Lagerhaltung angeben. Da der Bedarf als bekannt vorausgesetzt wird, spricht man hier von einem deterministischen Lagerhaltungsmodell, im Gegensatz zu einem stochastischen Modell, bei dem der Bedarf zufälligen Schwankungen unterliegt.

Ist T der optimale Bestellrhythmus und B der Bedarf je Zeiteinheit, so gilt für die optimale Bestellmenge Q

$$Q = BT.$$

Der Lagerbestand nimmt vom Stand Q gleichförmig ab und wird beim Stand Null erneut aufgefüllt:



Sind H die Lagerhaltungskosten je Stück und Zeiteinheit, so stellt

$$HQT/2$$

die variablen Lagerhaltungskosten dar. Zusammen mit den Fixkosten K, ergeben sich die gesamten Lagerkosten aus

$$K + HQT/2.$$

Bezieht man die Gesamtkosten auf die Zeiteinheit, so erhält man

$$KB/Q + HQ/2.$$

Diese Funktion hat ein Minimum für die optimale Bestellmenge

$$Q = \sqrt{\frac{2KB}{H}}$$

Diese Formel heißt Wilsonsche Losgrößenformel oder Andlersche Lagerwurzel. Daraus berechnen sich der optimale Bestellrhythmus zu

$$T = \sqrt{\frac{2K}{BH}}$$

und die minimalen Lagerhaltungskosten zu

$$M = \sqrt{2KHB}$$

Zum folgenden Programm

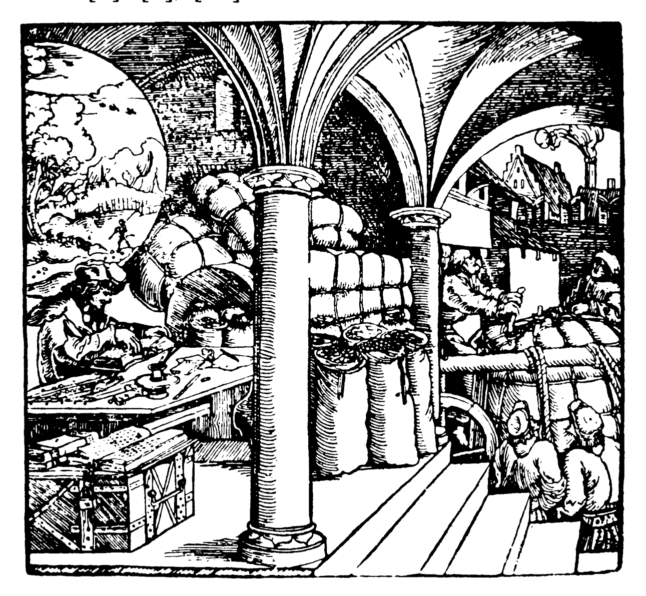
Nach Eingabe der Fixkosten, des Bedarfs und der Lagerkosten pro Stück und Zeiteinheit berechnet das Programm nach den angegebenen Formeln die optimale Lagerhaltung.

Beispiel

Ein Lager benötigt wöchentlich 300 Stück einer Ware. Die Fixkosten einer Bestellung sind 1000 DM und die Lagerkosten 1,90 DM je Stück und Woche.

Das Programm berechnet hier den optimalen Bestellrhythmus zu 1,87 Wochen und die optimale Bestellmenge zu 562 Stück. Die minimalen Kosten betragen damit 1067,71 DM.

Literaturhinweis: [2], [4], [16]



"Kaufmann mit seinen Waren im Hauptbuch blätternd"
Holzschnitt von Hans Weiditz, Augsburg 1539

```
100 REM LAGERHALTUNG OHNE FEHLMENGEN
110 :
120 PRINT"LAGERHALTUNG OHNE FEHLMENGEN"
130 INPUT"FIXKOSTEN";K
140 PRINT:INPUT"BEDARF PRO ZEITEINHEIT";B
150 PRINT:INPUT"LAGERKOSTEN JE STUECK U.ZEITEINH.";H
160 :
170 DEFFNR(X)=INT(100*X+.5)/100
180 :
190 M=SQR(2*K*B*H)
200 T=SQR(2*K/B/H)
210 Q=SQR(2*K*B/H)
220 :
230 PRINT"MINIMALKOSTEN=";FNR(M);" DM"
240 PRINT"OPT.BESTELLRYTHMUS=";FNR(T);"ZEITEINHEIT"
250 PRINT"OPT.BESTELLMENGE=";INT(Q+.5);"STUECK"
260 PRINT"SERVICEGRAD = 100 %"
270 END
READY.
```

```
LAGERHALTUNG  OHNE  FEHLMENGEN

FIXKOSTEN? 1000

BEDARF PRO ZEITEINHEIT? 300

LAGERKOSTEN JE STUECK U.ZEITEINH.? 1.9

MINIMALKOSTEN= 1067.71  DM

OPT.BESTELLRYTHMUS= 1.87 ZEITEINHEITEN

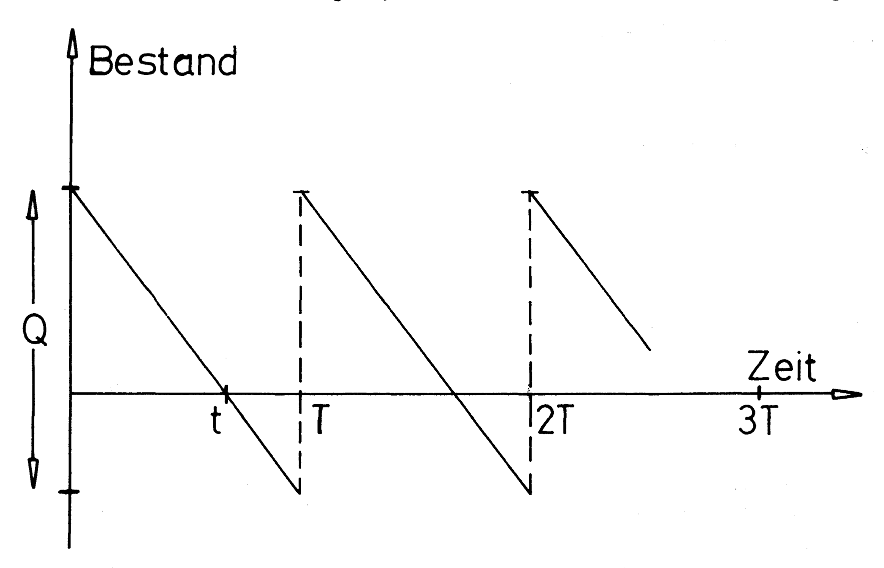
OPT.BESTELLMENGE= 562 STUECK

SERVICEGRAD = 100 %
```

31. LAGERHALTUNG MIT FEHLMENGEN

Die Lagerhaltung ohne Fehlmengen (Programm 30) ist aufwendig, da stets die gesamte Nachfrage befriedigt werden soll. Läßt man vorübergehend auch Fehlmengen zu, erreicht man u.U. eine wesentliche Kostenreduzierung.

Ist die maximale Bestellmenge S, so ändert sich der Warenbestand wie folgt



Sind G die Fehlmengenkosten je Stück und Zeiteinheit, so sind die gesamtten Fehlmengenkosten

$$G(Q-S)\ (T-t)/2$$

wie man der Skizze entnimmt. Die Gesamtkosten addieren sich damit zu

$$K + HS^2/(2B) + G(BT-S)\ (T-S/B)/2$$

Auf die Zeiteinheit bezogen, sind die Gesamtkosten

$$\frac{K}{T} + \frac{BGT}{2} - GS + \frac{(G+H)S^2}{2BT}$$

Mit Hilfe der Differentialrechnung läßt sich zeigen, daß diese Funktion für die optimale Bestellmenge

$$Q = R\sqrt{\frac{2KB}{H}}$$

ein Minimum hat. Entsprechend ergeben sich der optimale Bestellrhythmus

$$T = R\sqrt{\frac{2K}{BH}}$$

die minimalen Lagerkosten

$$M = \frac{1}{R}\sqrt{2KHB}$$

und der befriedigte Bedarf

$$S = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{2KB}{H}}$$

Dabei wurde zur Abkürzung

$$\sqrt{\frac{H+G}{G}} = R$$

gesetzt. Das Verhältnis

$$\frac{S}{Q} = \frac{1}{R^2}$$

nennt man den Servicegrad.

Zum folgenden Programm

Nach Eingabe der Fixkosten, Lagerkosten und Fehlmengenkosten berechnet das Programm nach den angegebenen Formeln die optimale Lagerhaltung.

Beispiel

Ein Lager benötigt wöchentlich 300 Stück einer Ware. Die Fixkosten einer Bestellung sind 1000 DM, die Lagerkosten 1,90 DM und die Fehlmengenkosten 2 DM je Stück und Woche.
Der optimale Bestellrhythmus ergibt sich dann zu 2,62 Wochen, die optimale Bestellmenge liegt bei 785 Stück. Die Minimalkosten betragen 764,60 DM und sind damit gegenüber dem Beispiel von Programm 30 deutlich reduziert. Dagegen kann nur 51 % des Bedarfs gedeckt werden.

Literaturhinweis: [2], [4], [16]

```
100 REM LAGERHALTUNG MIT FEHLMENGEN
110 :
120 PRINT"LAGERHALTUNG MIT FEHLMENGEN"
130 INPUT"FIXKOSTEN";K
140 PRINT:INPUT"BEDARF JE ZEITEINHEIT";B
150 PRINT:INPUT"LAGERKOSTEN JE STUECK U.ZEITEINH.";H
160 PRINT:INPUT"FEHLKOSTEN JE STUECK U.ZEITEINH.";G
170 :
180 DEFFNR(X)=INT(100*X+.5)/100
190 :
200 R=SQR((H+G)/G)
210 M=SQR(2*K*B*H)/R
220 T=SQR(2*K/B/H)*R
230 S=SQR(2*K*B/H)/R
240 Q=SQR(2*K*B/H)*R
250 :
260 PRINT"MINIMALKOSTEN=";FNR(M);"DM"
270 PRINT"OPT.BESTELLRYTHMUS=";FNR(T);"ZEITEINHEITEN
280 PRINT"OPT.BESTELLMENGE=";INT(Q+.5);"STUECK"
290 PRINT"BEFRIEDIGTER BEDARF=";INT(S+.5);"STUECK"
300 PRINT"SERVICEGRAD=";INT(100*S/Q+.5);"%"
310 END
READY.
```

LAGERHALTUNG MIT FEHLMENGEN

```
FIXKOSTEN? 1000

BEDARF JE ZEITEINHEIT? 300

LAGERKOSTEN JE STUECK U.ZEITEINH.? 1.9

FEHLKOSTEN JE STUECK U.ZEITEINH.? 2

MINIMALKOSTEN= 764.6 DM

OPT.BESTELLRYTHMUS= 2.62 ZEITEINHEITEN

OPT.BESTELLMENGE= 785 STUECK

BEFRIEDIGTER BEDARF= 402 STUECK

SERVICEGRAD= 51 %
```

32. WARTESCHLANGE BEI EINMANNBEDIENUNG

Das Nachvollziehen eines Wahrscheinlichkeitsexperiments mit Hilfe von Zufallszahlen nennt man Monte-Carlo-Simulation. Im Band 1 der vorliegenden Programmsammlung finden sich fünf Beispiele zur Monte-Carlo-Methode, u.a. wurden Münzwürfe und der radioaktive Zerfall simuliert.
Auch bei wirtschaftlichen Problemstellungen finden Monte-Carlo-Methoden Anwendung, z.B. bei der Simulation von Warteschlangen, stochastischen Lagerhaltungsmodellen und Maschinenausfällen (siehe z.B. [8], [15]).

Zum folgenden Programm

Das Programm simuliert die Ankunfts- und Bedienungszeit eines Kunden mittels exponentialverteilter Zufallszahlen. Ein eingetroffener Kunde, der nicht bedient werden kann, wird in die Warteschlange eingereiht. Die Länge der Warteschlange wird gespeichert, ebenso die Zeit, die ein Kunde warten muß, bis er bedient wird. Daraus wird die mittlere Länge der Warteschlange und die mittlere Wartezeit eines Kunden bestimmt. Entsprechend läßt sich die Auslastung der Bedienung ermitteln.

Beispiel

Erscheint im Durchschnitt alle 5 Minuten ein Kunde und wird er durchschnittlich vier Minuten lang bedient, so ergab sich bei einem Programmlauf die mittlere Wartezeit von 9,08 Minuten bei durchschnittlich 1,9 wartenden Kunden. Die Auslastung der Bedienung beträgt 84%. Von den 202 eingetroffenen Kunden wurden 194 bedient.
Zu beachten ist, daß die Ergebnisse zufällig sind und sich bei einem weiteren Programmlauf die erhaltenen Werte etwas ändern können.

```
100 REM WARTESCHLANGE BEI EINMANN-BEDIENUNG
110 :
120 PRINT"EINMANN-BEDIENUNG"
130 REM MODULO-FUNKTION
140 DEF FNM(X)=X-INT((X-1)/M)*M
150 :
160 REM EXPONENTIALVERT.ZUFALLSZAHLEN
170 DEF FNZ(X)=INT(-X*LOG(RND(1))+.5)
180 :
190 DEF FNR(X)=INT(100*X+.5)
200 A=0:E=0:B=0:S=0:S1=0:W1=0
210 :
220 INPUT"WIEVIELE SIMULATIONEN";N
230 PRINT:INPUT"MITTLERE ANKUNFTSZEIT";I
240 PRINT:INPUT"MITTLERE BEDIENUNGSDAUER";J
250 PRINT:INPUT"MAX.LAENGE DER WARTESCHLANGE";M
260 DIM C(M,2)
270 :
280 FOR T=1 TO N
290 :
300 REM ANKUNFT
310 IF A>T THEN 420
320 E=E+1
330 IF E-B>M THEN "WARTESCHLANGE ZU LANG":END
340 C(FNM(E),1)=T
350 C(FNM(E),2)=FNZ(J)
360 :
370 REM SETZEN DER ZEIT
380 A=T+FNZ(I)
```

```
390 GOTO 310
400 :
410 REM BEDIENEN
420 IF S>T OR B=E THEN 500
430 B=B+1
440 S=C(FNM(B),2)+T
450 W=T-C(FNM(B),1)
460 W1=W1+W
470 GOTO 420
480 :
490 REM ZAEHLUNG
500 L=E-B
510 L1=L1+L
520 IF S>T THEN S1=S1+1
530 NEXT T
540 :
550 PRINT"AUSLASTUNGGRAD=";FNR(S1/N);"%"
560 PRINT"MITTLERE LAENGE D.WARTESCHLANGE=";INT(10*L1/N+.5)/10
570 PRINT"MITTLERE KUNDENWARTEZEIT=";FNR(W1/B)/100
580 PRINT"ZAHL DER EINGETROFF.KUNDEN=";E
590 PRINT"ZAHL DER BEDIENTEN KUNDEN=";B
600 END
READY.
```

```
E I N - M A N N - B E D I E N U N G

WIEVIELE SIMULATIONEN? 1000

MITTLERE ANKUNFTSZEIT? 5

MITTLERE BEDIENUNGSDAUER? 4

MAX.LAENGE DER WARTESCHLANGE? 10

AUSLASTUNGGRAD= 84 %

MITTLERE LAENGE D.WARTESCHLANGE= 1.9

MITTLERE KUNDENWARTEZEIT= 9.08

ZAHL DER EINGETROFF.KUNDEN= 202

ZAHL DER BEDIENTEN KUNDEN= 194
```

33. WARTESCHLANGE BEI MEHRFACH-BEDIENUNG

Wird die mittlere Länge der Warteschlange oder die mittlere Kundenwartezeit zu groß, so müssen mehrere Bedienungsstellen eingerichtet werden.
Entsprechend dem vorhergehenden Programm wird der Wartevorgang **einer** Warteschlange simuliert, jedoch bei mehreren Bedienungsstellen.

Zum folgenden Programm

Nach Eingabe der mittleren Ankunftszeit und Bedienungsdauer, der maximalen Warteschlangenlänge und der Anzahl der Bedienungsstellen, simuliert das Programm für eine vorzugebende Anzahl von Zeiteinheiten den Wartevorgang (analog zu Programm 32).
Es wird die Auslastung der Bedienung, die mittlere Länge der Warteschlange, die mittlere Kundenwartezeit und die Anzahl der eingetroffenen Kunden bestimmt.

Beispiel

In einem Geschäft mit zwei Bedienungsstellen trifft durchschnittlich alle 3 Minuten ein Kunde ein und wird durchschnittlich 4 Minuten lang bedient.

Wie man dem Programmausdruck entnimmt, beträgt die mittlere Kundenwartezeit 3,91 Minuten, obwohl die Auslastung des Personals nur 68% beträgt und durchschnittlich nur 1,3 Kunden warten. Wie beim vorhergehenden Programm sind die Ergebnisse zufallsbedingt und können sich bei jedem Programmablauf in gewissen Grenzen ändern.

```
100 REM WARTESCHLANGE BEI MEHRFACH-BEDIENUNG
110 :
120 PRINT"[control characters]MEHRFACHBEDIENUNG[control character]"
130 REM MODULO-FUNKTION
140 DEF FNM(X)=X-INT((X-1)/N)*N
150 :
160 REM EXPONENTIALVERT.ZUFALLSZAHLEN
170 DEF FNZ(X)=INT(-X*LOG(RND(1))+.5)
180 :
190 DEF FNR(X)=INT(100*X+.5)
200 :
210 A=0:E=0:B=0
220 S1=0:W1=0:L1=0
230 :
240 INPUT"WIEVIELE SIMULATIONEN";V
250 PRINT:INPUT"MITTLERE ANKUNFTSZEIT";I
260 PRINT:INPUT"MITTLERE BEDIENUNGSDAUER";J
270 PRINT:INPUT"WIEVIELE BEDIENUNGSSTELLEN";S
280 PRINT:INPUT"MAX.LAENGE DER WARTESCHLANGE";N
290 DIM C(N,2),S(N)
300 IF ABS(S-5.5)>4.6 THEN 270
310 :
320 FOR T=1 TO V
330 :
340 REM ANKUNFT
350 IF A>T THEN 460
```

```
360 E=E+1
370 IF E-B>N THEN PRINT"WARTESCHLANGE ZU LANG":END
380 C(FNM(E),1)=T
390 C(FNM(E),2)=FNZ(J)
400 :
410 REM SETZEN DER ZEIT
420 A=T+FNZ(I)
430 GOTO 350
440 :
450 REM BEDIENEN
460 FOR M=1 TO S
470 IF S(M)<=T THEN 500
480 NEXT M
490 GOTO 570
500 IF B=E THEN 570
510 B=B+1
520 S(M)=C(FNM(B),2)+T
530 W=T-C(FNM(B),1)
540 W1=W1+W
550 GOTO 460
560 :
570 REM ZAEHLUNG
580 L=E-B
590 L1=L1+L
600 FOR M=1 TO S
610 IF S(M)>T THEN S1=S1+1
```

```
620 NEXT M
630 NEXT T
640 :
650 PRINT"AUSLASTUNG=";FNR(S1/(V*S));"%"
660 PRINT"MITTLERE LAENGE D.WARTESCHLANGE=";INT(10*L1/V+.5)/10
670 PRINT"MITTLERE KUNDENWARTEZEIT=";FNR(W1/B)/100
680 PRINT"ZAHL DER EINGETROFFENEN KUNDEN=";E
690 PRINT"ZAHL DER BEDIENTEN KUNDEN=";B
700 END
READY.
```

MEHRFACHBEDIENUNG

```
WIEVIELE SIMULATIONEN? 1000

MITTLERE ANKUNFTSZEIT? 3

MITTLERE BEDIENUNGSDAUER? 4

WIEVIELE BEDIENUNGSSTELLEN? 2

MAX.LAENGE DER WARTESCHLANGE? 15

AUSLASTUNG= 68 %

MITTLERE LAENGE D.WARTESCHLANGE= 1.3

MITTLERE KUNDENWARTEZEIT= 3.91

ZAHL DER EINGETROFFENEN KUNDEN= 338

ZAHL DER BEDIENTEN KUNDEN= 338
```

34. LINEARE OPTIMIERUNG

Viele wirtschaftliche Probleme wie Produktionsplanung, optimales Mischen und Transportprobleme können mit Hilfe der linearen Optimierung gelöst werden.
Unter der linearen Optimierung versteht man die Lösung eines Systems von linearen Ungleichungen so, daß eine vorgegebene lineare Funktion (Zielfunktion genannt) optimal wird.

Das grundlegende Lösungsverfahren der linearen Optimierung, Simplex-Algorithmus genannt, wurde 1947/1948 von dem Mathematiker G.B. Dantzig im Auftrag der amerikanischen Luftwaffe entwickelt. Im Rahmen dieses Buches ist es nicht möglich, auf die mathematischen Grundlagen des Simplex-Verfahrens einzugehen; es wird auf die zahlreiche Literatur verwiesen: [2], [12], [14], [16].

Eine Fabrik produziert 2 Werkstücke Y_1 bzw. Y_2, die bei der Fertigung die Maschinen A, B, C durchlaufen müssen. Die Produktionskapazitäten werden durch folgende Tabelle gegeben:

		Bearbeitungszeit Stunden/Stück		Maschinenkapazität Stunden/Woche
		Y_1	Y_2	
Maschinentyp	A	2	1	200
	B	1	1	120
	C	1	3	240

Werden von den beiden Werkstücken x_1 bzw. x_2 Stück gefertigt, so benötigt die Maschine A dafür

$$2x_1 + x_2 \text{ Stunden.}$$

Da A höchstens 200 Stunden laufen kann, gilt

$$2x_1 + x_2 \leqslant 200.$$

Entsprechend gilt für Maschine B

$$x_1 + x_2 \leqslant 120$$

und für Maschine C

$$x_1 + 3x_2 \leqslant 240.$$

Betragen die Gewinne 2 DM bzw. 3 DM pro Stück, so soll die Gewinnfunktion (= Zielfunktion)

$$G = 2x_1 + 3x_2$$

maximal werden. Da negative Stückzahlen keinen Sinn haben, muß man noch – wie in der linearen Optimierung üblich – fordern:

$$x_1 \geqslant 0 \text{ und } x_2 \geqslant 0$$

Die optimale Lösung des Problems ist

$$x_1 = 60 \text{ und } x_2 = 60.$$

Das Unternehmen muß also wöchentlich 60 Stück vom Werkstück 1 bzw. 2 produzieren; der optimale Gewinn beträgt dann 300 DM.
Ein solches System von linearen Ungleichungen muß jedoch nicht immer eine eindeutige Lösung haben. Es kann auch gar keine Lösung geben oder die Lösung ist nicht eindeutig oder sogar unbeschränkt.

Zum folgenden Programm

Das folgende Programm löst beliebige lineare Optimierungsprobleme, deren Nebenbedingungen lineare Gleichungen und Ungleichungen sind. Die Nebenbedingungen dürfen aber nicht ausschließlich aus Gleichungen bestehen.

Folgende DATA-Werte werden der Reihe nach im Programm eingelesen:

MAX bzw. MIN, je nachdem, ob die Zielfunktion minimal oder maximal werden soll
die Anzahl der Unbekannten
die Anzahl der Ungleichungen der Form "$\leqslant$"
die Anzahl der Ungleichungen der Form "$\geqslant$"
die Anzahl der Gleichungen
die Koeffizienten der Zielfunktion
die Koeffizienten der rechten Seite des Ungleichungssystems
die Koeffizienten der Ungleichungen bzw. Gleichungen in der Reihenfolge wie oben

Beispiel aus [16]

Eine Firma verarbeitet einen Rohstoff zu drei Waren W_1, W_2 und W_3. Je Stück benötigt man davon 60 kg für W_1, 100 kg für W_2 und 76 kg für W_3. An Arbeitszeit benötigt man 5 Std. für W_1, 10 Std. für W_2 und 6 Std. für W_3. Im betrachteten Zeitraum stehen 1600 Arbeitsstunden und 20.000 kg Rohstoff zur Verfügung. Aus technischen Gründen muß von W_1 mindestens doppelt so viel wie von W_2 produziert werden. Der Gewinn je Stück beträgt 10 DM an W_1, 50 DM an W_2 und 23 DM an W_3. Welche Stückzahlen müssen produziert werden, damit der Gewinn maximal wird?

Für den Rohstoff ergibt sich die Ungleichung

$$60x_1 + 100x_2 + 76x_3 \leqslant 20.000$$

für die Arbeitsstunden

$$5x_1 + 10x_2 + 6x_3 \leqslant 1600.$$

Außerdem muß gelten $x_1 \geqslant 2x_2$ oder

$$-x_1 + 2x_2 + 0 \cdot x_3 \leqslant 0.$$

Die Zielfunktion

$$10x_1 + 50x_2 + 23x_3$$

soll maximal werden.

Nach Eingabe der Daten gemäß Programm ergibt sich die optimale Lösung

$$x_1 = 16, \; x_2 = 8, \; x_3 = 240 \text{ Stück.}$$

Der maximale Gewinn beträgt 6080 DM.

```
100 REM LINEARE OPTIMIERUNG
110 :
120 PRINT"LINEARE OPTIMIERUNG"
130 READ P$: REM MINIMUM O.MAXIMUM
140 READ V : REM ANZAHL DER VARIABLEN
150 READ R : REM ANZAHL DER <= BEDINGUNGEN
160 READ S : REM ANZAHL DER >= BEDINGUNGEN
170 READ T : REM ANZAHL DER = BEDINGUNGEN
180 M=R+S+T: REM ANZAHL DER NEBENBEDINGUNGEN
190 N=M+V+S: REM ANZAHL ALLER VARIABLEN
200 P=1:IF P$="MIN" THEN P=-1
210 DIM B(M),C(N),D(N),Z(N),W(N),X(N),Y(N),A(M,N)
220 :
230 K=1
240 FOR J=M+1 TO M+V
250 Y(J)=K
260 K=K+1
270 NEXT J
280 IF R=0 THEN 370
290 K=V+1
300 FOR J=1 TO R
310 Y(J)=K
320 K=K+1
330 NEXT J
340 FOR I=1 TO N
350 D(I)=0
```

```
360 NEXT I
370 IF S=0 THEN 430
380 K=M+V+1
390 FOR J=M+V+1 TO N
400 Y(J)=K
410 K=K+1
420 NEXT J
430 IF S=0 AND T=0 THEN 500
440 K=V+R+1
450 FOR J=R+1 TO M
460 Y(J)=K
470 D(J)=10000
480 K=K+1
490 NEXT J
500 FOR I=1 TO M
510 X(I)=Y(I)
520 NEXT I
530 FOR I=M+1 TO M+V
540 READ D(I) : REM KOEFFIZIENTEN DER ZIELFUNKTION
550 D(I)=-D(I)*P
560 NEXT I
570 FOR I=1 TO M
580 READ B(I) : REM RECHTE SEITE
590 NEXT I
600 FOR I=1 TO M
610 FOR J=1 TO N
```

```
620 IF I=J THEN A(I,J)=1:GOTO 640
630 A(I,J)=0
640 NEXT J
650 NEXT I
660 FOR I=1 TO M
670 FOR J=M+1 TO M+V
680 READ A(I,J) : REM MATRIX DER NEBENBEDINGUI
690 NEXT J
700 NEXT I
710 IF S=0 THEN 770
720 FOR I=1 TO S
730 A(R+1,M+V+I)=-1
740 NEXT I
750 :
760 REM SIMPLEX-VERFAHREN
770 FOR I=1 TO M
780 FOR J=1 TO N
790 IF X(I)<>Y(J) THEN 810
800 C(I)=D(J)
810 NEXT J
820 NEXT I
830 IT=0
840 FOR J=1 TO N
850 Z(J)=0
860 FOR I=1 TO M
870 Z(J)=Z(J)+C(I)*A(I,J)
```

```
880 NEXT I
890 W(J)=Z(J)-D(J)
900 NEXT J
910 Z=0
920 FOR I=1 TO M
930 Z=Z+C(I)*B(I)
940 NEXT I
950 IT=IT+1
960 C=W(1):E=1
970 FOR J=2 TO N
980 IF W(J)<C THEN 1000
990 C=W(J):E=J
1000 NEXT J
1010 IF C>0 THEN 1330
1020 H=M+V:G=M+1
1030 IF M=R THEN 1100
1040 FOR I=1 TO M
1050 Q=R+1
1060 FOR J=Q TO M
1070 IF X(I)=Y(J) THEN PRINT"UNBESCHRAENKTE LOESUNG":END
1080 NEXT J
1090 NEXT I
1100 FOR K=G TO H
1110 FOR I=1 TO M
1120 IF Y(K)=X(I) GOTO 1150
1130 NEXT I
```

```
1140 IF W(K)=0 THEN 1170
1150 NEXT K
1160 GOTO 1180
1170 PRINT"OPTIMALE LOESUNG NICHT EINDEUTIG"
1180 PRINT"OPTIMALE LOESUNG";
1190 PRINT" NACH";IT;"ITERATIONEN":PRINT
1200 FOR I=1 TO M
1210 IF B(I)<>0 THEN 1240
1220 PRINT"ENTARTETE LOESUNG"
1230 GOTO 1250
1240 NEXT I
1250 FOR I=1 TO M
1260 PRINT"X(";X(I);")=";B(I)
1270 NEXT I
1280 PRINT"UEBRIGE VARIABLEN HABEN DEN WERT NULL"
1290 IF P=1 THEN PRINT"MAXIMUM=";ABS(Z):END
1300 PRINT"MINIMUM=";ABS(Z)
1310 END
1320 :
1330 F=1E25:D=0
1340 FOR I=1 TO M
1350 IF A(I,E)<=0 THEN 1390
1360 X=B(I)/A(I,E)
1370 IF X>=F THEN 1390
1380 F=X:D=I
1390 NEXT I
```

```
1400 IF D>0 THEN 1430
1410 PRINT:PRINT"KEINE LOESUNG MOEGLICH":END
1420 :
1430 X=A(D,E)
1440 B(D)=B(D)/X
1450 FOR J=1 TO N
1460 A(D,J)=A(D,J)/X
1470 NEXT J
1480 FOR I=1 TO M
1490 IF I=D THEN 1550
1500 X=A(I,E)
1510 B(I)=B(I)-X*B(D)
1520 FOR J=1 TO N
1530 A(I,J)=A(I,J)-X*A(D,J)
1540 NEXT J
1550 NEXT I
1560 C(D)=D(E)
1570 X(D)=Y(E)
1580 GOTO 840
1590 :
1600 DATA MAX
1610 DATA 3
1620 DATA 3,0,0
1630 DATA 10,50,23
1640 DATA 20000,1600,0
1650 DATA 60,100,76
1660 DATA 5,10,6
1670 DATA -1,2,0
READY.
```

```
L I N E A R E   O P T I M I E R U N G


OPTIMALE LOESUNG NACH 4 ITERATIONEN

X( 3 )= 240
X( 1 )= 15.9999999
X( 2 )= 7.9999994
UEBRIGE VARIABLEN HABEN DEN WERT NULL

MAXIMUM= 6080
```

35. OPTIMIERUNG EINER FUNKTION EINER VARIABLEN

Bei bekannter Kosten- und Nachfragefunktion läßt sich der Gewinn optimieren. Die Nachfragefunktion ist meist linear und läßt sich somit mit der linearen Regression (siehe Programm 37) bestimmen. Kostenfunktionen können meist durch Polynome 3. Grades angenähert werden. Mit Hilfe einer Polynom-Regression kann die Funktionsgleichung bestimmt werden. Ein BASIC-Programm zur Polynom-Regression findet sich z.B. in [7].

Ist $K(x)$ die Kosten- und $N(x)$ die Nachfragefunktion, so ergibt sich der Erlös aus

$$E(x) = xN(x)$$

und der Gewinn aus

$$G(x) = E(x) - K(x).$$

Dabei kann x irgendeine Mengeneinheit, z.B. 100 Stück sein, entsprechend werden die Funktionen in bestimmten Geldeinheiten, z.B. 1000 DM gerechnet.
Mit Hilfe der Differentialrechnung könnte man den maximalen Wert der Gewinnfunktion bestimmen. Da aber hier nicht die Kenntnis der höheren Mathematik vorausgesetzt wird, verwendet das Programm ein Suchverfahren zur Bestimmung des optimalen Werts. Dies hat den Vorteil gegenüber der Differentialrechnung, daß auch optimale Werte am Rande des untersuchten Bereichs gefunden werden.

Zum folgenden Programm

Für das Suchverfahren muß der Bereich der x-Werte eingegeben werden, in dem der optimale Wert gesucht werden soll. Ebenfalls einzugeben ist die Schrittweite, mit der die Suchschritte durchgeführt werden soll und die Art des Optimums MAX oder MIN.

Beispiel

Ein Betrieb produziert Ware mit der Kostenfunktion

$$K(x) = 0{,}04x^3 - 0{,}4x^2 + 3x + 2,$$

dabei ist x die Mengeneinheit 100 Stück, die Funktion wird in 1000 DM gemessen. Die Konstante 2 stellt die Fixkosten, der Term

$$0{,}04x^3 - 0{,}4x^2 + 3x$$

die variablen Kosten dar. Die Nachfragefunktion ist gegeben durch

$$N(x) = -0{,}16x + 2{,}8.$$

Der Erlös bestimmt sich daraus zu

$$E(x) = xN(x) = -0{,}16x^2 + 2{,}8x.$$

Die Differenz von Erlös und Kosten liefert den Gewinn

$$G(x) = -0{,}04x^3 + 0{,}44x^2 - 0{,}2x - 2.$$

Eingabe des Bereichs 1,10 für die Nachfrage 100 – 1000 Stück und einer passenden Schrittweite, z.B. 0,1, ergibt den optimalen Wert x = 7,1 für 710 Stück. Der maximale Funktionswert ist 4,4, entsprechend dem Gewinn von 4400 DM.

Literaturhinweis: [16]

```
100 REM OPTIMIERUNG EINER FUNKTION EINER VARIABLEN
110 :
120 READ A$ : REM MINIMUM ODER MAXIMUM
130 READ A,B : REM GRENZEN DES DEFINITIONSBEREICHS
140 READ H : REM SUCHSCHRITTWEITE
150 :
160 REM DEFINIEREN DER FUNKTION
170 DEF FNF(X)=-.04*X↑3+.44*X↑2-.2*X-2
180 :
190 REM ANFANGSBEDINGUNGEN
200 X=A:X0=X
210 M=FNF(A)
220 :
230 REM SUCHSCHLEIFE
240 X=X+H:F=FNF(X)
250 IF A$="MIN" THEN 280
260 IF F>M THEN M=F:X0=X:GOTO 290
270 GOTO 290
280 IF F<M THEN M=F:X0=X
290 IF X<=B-H+.001 THEN 240
300 :
310 IF A$="MIN" THEN 330
320 PRINT"[illegible]MAXIMALER WERT";:GOTO 340
330 PRINT"[illegible]MINIMALER WERT";
340 PRINT"=";M;"BEI X=";X0
350 END
```

```
 360 :
 370 DATA MAX
 380 DATA 1,10
 390 DATA .1
READY.
```

```
OPTIMIERUNG EINER FUNKTION


MAXIMALER WERT= 4.44396 BEI X= 7.0999998
```

36. RENTABILITÄTSGRENZE

Während beim vorhergehenden Programm die Kosten- und Umsatzfunktion zur Ermittlung des optimalen Gewinns notwendig waren, kann bei linearen Produktionskosten die Rentabilitätsgrenze an Hand der Stückkosten berechnet werden.

Zum folgenden Programm

Je nach Wahl der Bezugsbasis, wird 1 für die Produktionskapazität oder 2 für die Umsatzerwartung eingegeben.
Nach Eingabe der Fixkosten, der Stückkosten, des Stückpreises und der gewünschten Bezugsbasis, wird die Rentabilitätsgrenze der Produktion berechnet. Zusätzlich kann noch der Gewinn in Abhängigkeit vom Absatz tabellarisch ausgedruckt werden, falls die Produktionskapazität als Bezugsbasis gewählt wurde.

Beispiel

Bei den Fixkosten 1700 DM, den Stückkosten von 3,60 DM und dem Stückpreis von 5 DM, wird die Rentabilitätsgrenze bei einer Produktion von 1214 Stück erreicht. Diese Stückzahl entspricht bei einer Produktionskapazität von 2000 Stück einem Anteil von 60,71 %. Der tabellarische Ausdruck des jeweiligen Gewinns kann dem Programmausdruck entnommen werden.

Literaturhinweis: [5]

```
100 REM RENTABILITAETSGRENZE
110 :
120 PRINT"RENTABILITAETSGRENZE"
130 PRINT"WELCHE GROESSE SOLL ALS BEZUGSBASIS BENUETZT WERDEN ?"
140 PRINT"PRODUKTIONSKAPAZITAET(1) ODER UMSATZERWARTUNG(2)"
150 INPUT W
160 PRINT:INPUT"FESTKOSTEN";F
170 PRINT:INPUT"STUECKKOSTEN";K
180 PRINT:INPUT"STUECKPREIS";P
190 DEF FNR(X)=INT(100*X+.5)/100
200 IF W<>1 AND W<>2 THEN PRINT"EINGABEFEHLER":END
210 ON W GOTO 230,340
220 :
230 REM PRODUKTIONSKAPAZITAET ALS BASIS
240 PRINT:INPUT"PRODUKTIONSKAPAZITAET";C
250 S=F/((P-K)*C)
260 IF S>1 THEN PRINT"EINGABEFEHLER":GOTO 240
270 PRINT"RENTABILITAETSGRENZE=";INT(S*C+.5);"STUECK"
280 PRINT"=";INT(1E4*S+.5)/100;"% DER PRODUKTIONSKAPAZITAET"
290 PRINT"UMSATZ";FNR(C*P);"DM"
300 INPUT"TABELLE ERWUENSCHT";A$
310 IF MID$(A$,1,1)="J" THEN GOSUB 430
320 END
330 :
340 REM UMSATZERWARTUNG ALS BASIS
350 PRINT:INPUT"ERWARTETER UMSATZ IN STUECK";E
360 S=F/(P-K)
370 IF S<0 THEN PRINT"EINGABEFEHLER":GOTO 170
380 PRINT"RENTABILITAETSGRENZE=";INT(S+.5);"STUECK"
```

```
 390 PRINT"█UMSATZ";FNR(E*P);"DM"
 400 PRINT"█GEWINN";E*P-(F+E*K);"DM"
 410 END
 420 :
 430 PRINT"█STUECK","UMSATZ","KOSTEN","GEWINN"
 440 C1=INT(C/10)
 450 FOR X=C1 TO C STEP C1
 460 R=X*P
 470 T=F+X*K
 480 I=R-T
 490 PRINT X,FNR(R),FNR(T),FNR(I)
 500 NEXT X
 510 RETURN
READY.
```

```
RENTABILITAETSGRENZE


WELCHE GROESSE SOLL ALS BEZUGSBASIS BENUETZT WERDEN ?
PRODUKTIONSKAPAZITAET(1) ODER UMSATZERWARTUNG(2)
? 1

FESTKOSTEN? 1700

STUECKKOSTEN? 3.6

STUECKPREIS? 5

PRODUKTIONSKAPAZITAET? 2000

RENTABILITAETSGRENZE= 1214 STUECK
= 60.71 % DER PRODUKTIONSKAPAZITAET

UMSATZ 10000 DM



TABELLE ERWUENSCHT? JA

STUECK     UMSATZ     KOSTEN     GEWINN
 200        1000       2420      -1420
 400        2000       3140      -1140
 600        3000       3860      -860
 800        4000       4580      -580
 1000       5000       5300      -300
 1200       6000       6020      -20
 1400       7000       6740       260
 1600       8000       7460       540
 1800       9000       8180       820
 2000       10000      8900       1100
```

37. LINEARE REGRESSION

Unter der linearen Regression versteht man die Anpassung einer linearen Funktion, meist einer Geraden, an eine Schar von vorgegebenen Punkten so, daß die Summe der senkrechten Abstände der Punkte von der Geraden minimal ist. Dieses Verfahren stammt von dem schon erwähnten deutschen Mathematiker C.F. Gauß und heißt Methode der kleinsten Quadrate.

Sind (x_i, y_i) die Koordinaten der n Punkte, an die die Gerade

$$y = ax + b$$

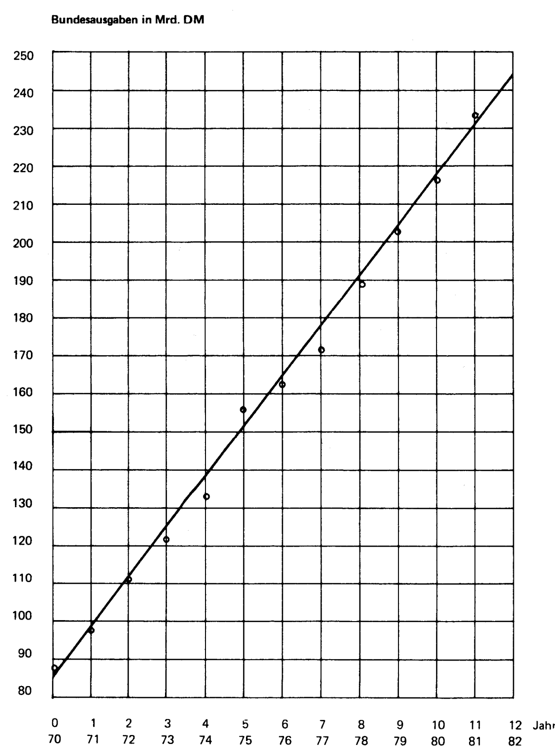
angepaßt werden soll, so gilt nach der Methode der kleinsten Quadrate

$$a = \frac{n\,(\Sigma\, x_i\, y_i) - (\Sigma\, x_i)\,(\Sigma\, y_i)}{n\,\Sigma\, x^2_i - (\Sigma\, x_i)^2}$$

und

$$b = \frac{\Sigma\, y_i - a\,\Sigma\, x_i}{n}$$

dabei bedeuten die Summenzeichen, daß die hinter dem Σ stehenden Terme addiert werden müssen.



Zum folgenden Programm

Nach Eingabe der Anzahl der Punkte und ihrer Koordinaten, berechnet das Programm nach der angegebenen Methode die Regressionsgerade. Der Funktionswert dieser Geraden kann an beliebigen Stellen ausgewertet werden; die Regressionsgerade kann auch zur Prognose benützt werden.

Beispiel

Die Ausgaben des Bundes betrugen nach [3]

Jahr	Mrd. DM
1970	88,0
1971	98,5
1972	111,1
1973	122,6
1974	134,0
1975	156,9
1976	162,5
1977	172,0
1978	189,5
1979	203,4
1980	215,7
1981	233,0

Zählt man die Jahre ab 1970 (= 0), so erhält man die Regressionsgerade

$$y = 13{,}11x + 85{,}15.$$

Sie zeigt anschaulich, daß die Bundesausgaben vom Stand 85,15 Mrd. im Jahr 1970 jährlich um durchschnittlich 13,11 Mrd. DM angewachsen sind. Durch Einsetzen von $x=12$ in die Funktionsgleichung erhält man für 1982 die Prognose

242,4 Mrd. DM.

Wie gut die durch die Regression ermittelten Werte mit den tatsächlichen Werten übereinstimmen, kann dem Programmausdruck entnommen werden.

```
100 REM LINEARE REGRESSION
110 :
120 PRINT"▒▒▒▒▒LINEARE REGRESSION"
130 S=0:T=0:U=0
140 V=0:W=0
150 DEF FNR(X)=INT(100*X+.5)/100
160 :
170 READ N
180 DIM X(N),Y(N)
190 FOR I=1 TO N
200 READ X(I),Y(I)
210 S=S+X(I)
220 T=T+Y(I)
230 U=U+X(I)↑2
240 V=V+Y(I)↑2
250 W=W+X(I)*Y(I)
260 NEXT I
270 :
280 REM BERECHNUNG DER PARAMETER
290 A=(W-S*T/N)/(U-S*S/N)
300 B=(T-A*S)/N
310 :
320 PRINT"▒REGRESSIONSGERADE:"
330 PRINT"Y=";A;"*X+";B
340 :
350 PRINT"▒ X";TAB(5)"Y BEOB.";TAB(16)"Y BERECH."
```

```
360 FOR I=1 TO N
370 X=X(I)
380 PRINT X;TAB(5)Y(I);TAB(16)FNR(A*X+B)
390 NEXT I
400 :
410 INPUT"WEITERE Y-WERTE GESUCHT(J/N)";A$
420 IF LEFT$(A$,1)="J" THEN 440
430 END
440 INPUT"X-WERT";X
450 PRINTX,FNR(A*X+B)"▒"
460 GOTO 410
470 :
480 DATA 12
490 DATA 0,88.0,1,98.5,2,111.1,3,122.6,4,134.0,5,156.9,6,162.5
500 DATA 7,172.0,8,189.5,9,203.4,10,215.7,11,233.0
READY.
```

```
L I N E A R E   R E G R E S S I O N


"
REGRESSIONSGERADE:
Y= 13.1118881 *X+ 85.1512823

 X    Y BEOB.     Y BERECH.
 0     88          85.15
 1     98.5        98.26
 2     111.1       111.38
 3     122.6       124.49
 4     134         137.6
 5     156.9       150.71
 6     162.5       163.82
 7     172         176.93
 8     189.5       190.05
 9     203.4       203.16
 10    215.7       216.27
 11    233         229.38

WEITERE Y-WERTE GESUCHT(J/N)? J
X-WERT? 12
 12          242.49
```

38. GLEITENDE DURCHSCHNITTE

Man unterscheidet im wesentlichen 4 Faktoren, die auf Zeitreihen einwirken:

a. langfristige Trends, z.B. Inflation
b. zyklische Einflüsse, z.B. Konjunkturschwankungen
c. saisonale Einflüsse, z.B. das Weihnachtsgeschäft
d. irreguläre und zufällige Fluktuationen.

Aufgabe der Zeitreihenanalyse ist es, Einflüsse dieser Faktoren zu erkennen und zu bereinigen. Durch Glätten von Daten können z.B. zufällige Schwankungen eliminiert werden.
Im folgenden Programm erfolgt das Glätten von Zeitreihen durch gleitende Mittelwertbildung. Eine andere Methode, das exponentielle Glätten, wird im folgenden Programm dargestellt.

Um Monatsdaten mehrerer Jahre zu glätten, verwendet man meist gleitende 12-Monats-Durchschnitte; d.h. jeder Wert wird so geändert, daß er den Mittelwert seiner 12 Nachbarwerte darstellt. Mittelt man nun noch die geglätteten Werte gleicher Monate, z.B. alle Januarwerte, so wird der Trend eliminiert. Bezieht man diese Monatsmittel auf ihren Mittelwert (= 100%), so erhält man die Indexwerte aller Monate.

Zum folgenden Programm

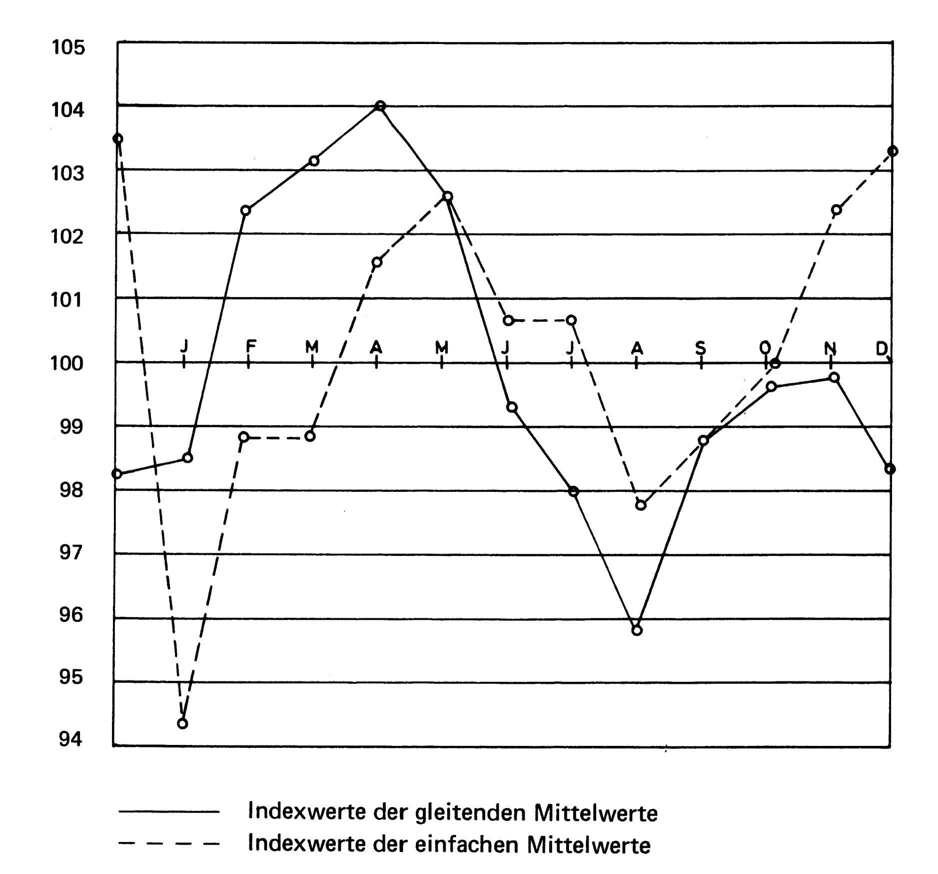
Nach Eingabe der Anzahl der Jahre, der Monatswerte in Form von DATA-Anweisungen, berechnet das Programm die gleitenden Monatsdurchschnitte und die Monatsindex-Werte.

Beispiel

Die folgende Tabelle zeigt den monatlichen Umsatz (in Tsd. DM) eines Geschäfts für den Zeitraum von vier Jahren:

		Jan	Feb	Mrz	Apr	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
Jahr	1	7,4	7,7	7,3	7,8	8,4	8,5	8,9	8,7	9,1	9,2	8,9	8,6
	2	8,8	9,1	9,3	9,2	9,0	9,3	9,8	9,6	10,1	10,3	10,5	10,3
	3	10,9	11,4	11,8	12,0	12,2	11,6	11,0	11,4	12,0	12,6	13,7	14,4
	4	14,0	15,0	14,9	15,5	15,3	14,5	14,4	13,0	12,0	11,5	11,6	12,0
einfacher Mittelwert		10,3	10,8	10,8	11,1	11,2	11,0	11,0	10,7	10,8	10,9	11,2	11,3
Indexwerte des einfachen Mittels		94,3	98,9	98,9	101,6	102,5	100,7	100,7	97,9	98,9	99,8	102,5	103,4
Indexwerte des gleitenden Mittels		98,5	102,3	103,1	104,0	102,6	99,3	98,0	95,9	98,7	99,4	99,8	98,3

In der graphischen Darstellung sind zum Vergleich auch die ungeglätteten Monats-Indexwerte, in der Graphik einfache Mittelwerte genannt, aufgenommen:



```
100 REM GLEITENDE DURCHSCNITTE
110 :
120 READ N : REM ANZAHL DER JAHRE
130 DIM I(12*N+11),S(12*N+5),Y(N*12),Z(12),M$(12)
140 FOR I=1 TO 12
150 READ M$(I)
160 NEXT I
170 T=12*N
180 :
190 V=0
200 FOR I=1 TO N
210 FOR J=1 TO 12
220 V=V+1
230 READ I(V)
240 NEXT J
250 NEXT I
260 :
270 B=5:M=T-12
280 FOR I=1 TO N
290 FOR J=1 TO 12
300 B=B+1
310 C=B-6
320 FOR K=1 TO 12
330 C=C+1
340 S(B)=S(B)+I(C)
350 NEXT K
```

```
360 NEXT J
370 NEXT I
380 :
390 FOR J=6 TO T-7
400 Y(J+1)=(I(J+1)/((S(J)+S(J+1))/24))*100
410 NEXT J
420 FOR I=1 TO 12
430 Q=I+6
440 IF Q<13 THEN 460
450 Q=Q-12
460 R=Q
470 FOR J=1 TO N
480 Z(Q)=Z(Q)+Y(R)/(N-1)
490 R=R+12
500 NEXT J
510 G=G+Z(Q)
520 NEXT I
530 S=1200/G
540 :
550 PRINT"GLEITENDE DURCHSCHNITTE"
560 PRINT"MONAT","INDEXZAHL"
570 FOR I=1 TO 12
580 PRINT M$(I),INT(10*Z(I)*S+.5)/10
590 NEXT I
600 END
610 :
```

```
 620 DATA 4
 630 DATA JAN,FEB,MRZ,APR,MAI,JUN,JUL,AUG,SEP,OKT,NOV,DEZ
 640 DATA 7.4,7.7,7.3,7.8,8.4,8.5,8.9,8.7,9.1,9.2,8.9,8.6
 650 DATA 8.8,9.1,9.3,9.2,9,9.3,9.8,9.6,10.1,10.3,10.5,10.3
 660 DATA 10.9,11.4,11.8,12,12.2,11.6,11,11.4,12,12.6,13.7,14.4
 670 DATA 14,15,14.9,15.5,15.3,14.5,14.4,13,12,11.5,11.6,12
READY.

GLEITENDE  DURCHSCHNITTE


.
MONAT        INDEXZAHL
JAN           98.5
FEB           102.3
MRZ           103.1
APR           104
MAI           102.6
JUN           99.3
JUL           98
AUG           95.9
SEP           98.7
OKT           99.4
NOV           99.8
DEZ           98.3
```

39. EXPONENTIELLES GLÄTTEN VON DATEN

Eine weitere Methode, zufällige Schwankungen zu eliminieren, ist das exponentielle Glätten. Sind x_i die Werte der Zeitreihe, so erhält man die geglätteten Werte y_i über die Vorschrift

$$\begin{cases} y_2 = x_1 \\ y_{i+1} = \alpha x_i + (1-\alpha) y_i \quad i=2,3,\ldots,n \end{cases}$$

Die Konstante α bestimmt dabei den Einfluß der Nachbarwerte ($0 < \alpha < 1$), je mehr sich α dem Wert 1 nähert, desto mehr Nachbarwerte werden in die gewichtete Mittelwertbildung einbezogen.
Die Konstante α wird nun so bestimmt, daß die Summe der quadratischen Abweichungen zwischen den Werten x_i und y_i möglichst klein wird. Dieses Vorgehen entspricht wieder der Methode der kleinsten Quadrate.

Zum folgenden Programm

Die Zeitreihe und die Anzahl ihrer Werte werden in Form von DATA-Werten eingelesen. Für jeden Wert von α für

0,1; 0,2; 0,3; . . . . . ; 0,9

wird die Summe der quadratischen Abweichungen berechnet und diejenigen geglätteten Werte ausgedruckt, die das kleinste Abweichungsmaß haben.

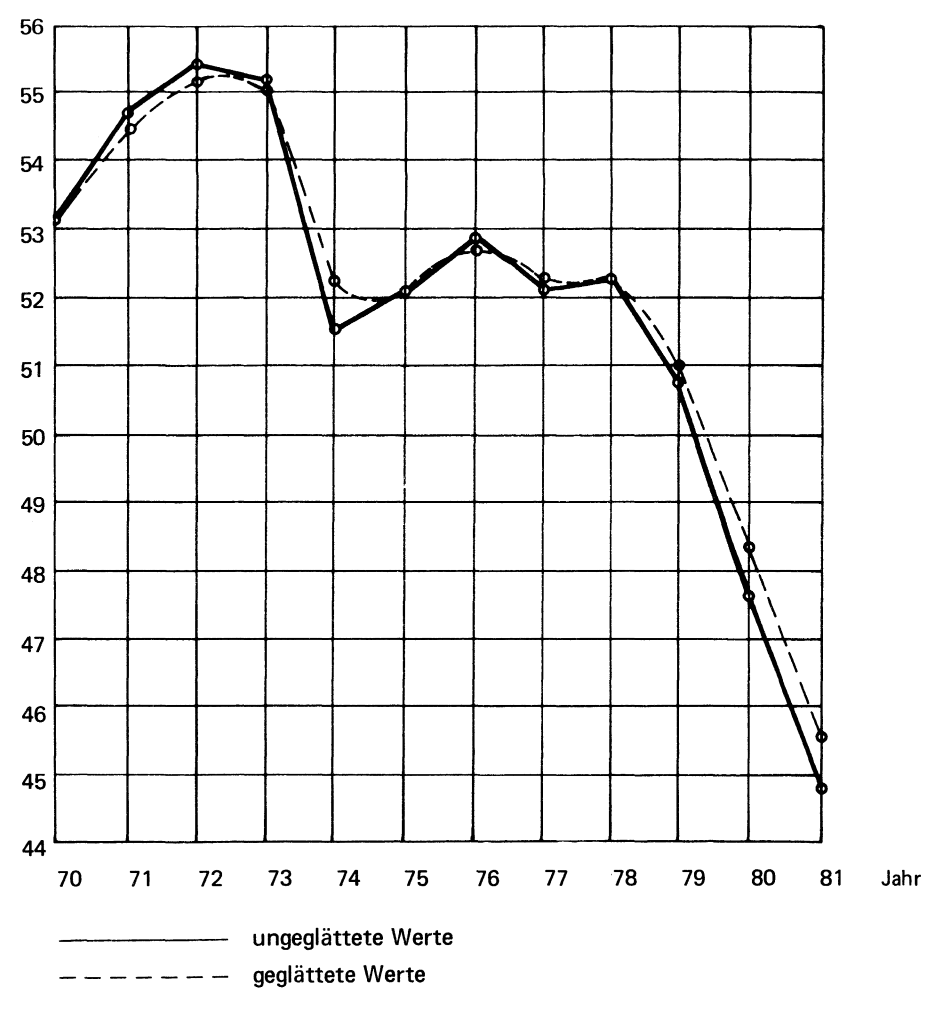
Beispiel

Der Anteil des Mineralöls am Primärenergie-Verbrauch betrug in der Bundesrepublik (zitiert nach [3]):

Jahr	Anteil in %
1970	53,1
1971	54,7
1972	55,4
1973	55,2
1974	51,5
1975	52,1
1976	52,9
1977	52,1
1978	52,3
1979	50,7
1980	47,6
1981	44,8

Einlesen dieser Werte ins Programm liefert die im Programmausdruck gegebenen Werte.

Anteil des Mineralöls am Primärenergieverbrauch in %



———————— ungeglättete Werte

– – – – – – – geglättete Werte

Literaturhinweis: [16]

```
100 REM EXPONENTIELLES GLAETTEN VON DATEN
110 :
120 READ N : REM ANZAHL DER DATEN
130 DIM X(N),Y(N),Z(N)
140 :
150 FOR I=1 TO N
160 READ X(I)
170 NEXT I
180 :
190 F1=1E20
200 FOR A=.1 TO .9 STEP .1
210 F=0
220 Y(1)=X(1)
230 FOR I=2 TO N
240 Y(I)=A*X(I)+(1-A)*Y(I-1)
250 F=F+(Y(I)-X(I))↑2
260 NEXT I
270 IF F<F1 THEN GOSUB 380
280 NEXT A
290 :
300 PRINT"▒EXPON.GLAETTEN VON DATEN▒"
310 PRINT"BESTE ANPASSUNG FUER ALPHA=";A1
320 PRINT"▒ZEITRAUM  DATEN   GEGLAETTET"
330 FOR I=1 TO N
340 PRINT I,X(I),INT(10*Z(I)+.5)/10
350 NEXT I
```

```
360 END
370 :
380 REM ZWISCHENSPEICHERN
390 F1=F
400 A1=A
410 FOR J=1 TO N
420 Z(J)=Y(J)
430 NEXT J
440 RETURN
450 :
460 DATA 12
470 DATA 53.1,54.7,55.4,55.2,51.5,52.1,52.9,52.1,52.3,50.7,47.6,44.8
READY.
```

EXPON. GLAETTEN VON DATEN

```
.
BESTE ANPASSUNG FUER ALPHA= .8

ZEITRAUM   DATEN    GEGLAETTET
 1          53.1       53.1
 2          54.7       54.4
 3          55.4       55.2
 4          55.2       55.2
 5          51.5       52.2
 6          52.1       52.1
 7          52.9       52.7
 8          52.1       52.2
 9          52.3       52.3
 10         50.7       51
 11         47.6       48.3
 12         44.8       45.5
```

40. PROGNOSE DURCH EXPONENTIELLES GLÄTTEN

Wie die lineare Regression, kann auch das exponentielle Glätten (Programm 39) zur Prognose herangezogen werden. Für den fehlenden, zu glättenden Wert, verwendet man zur Prognose einen Mittelwert der gegebenen Zeitreihe. Die Anzahl der Zeitreihenwerte, die gemittelt werden sollen, ist im Programm frei wählbar.

Zum folgenden Programm

Die Zeitreihe, die Anzahl ihrer Werte, die Anzahl der Werte, über die gemittelt werden soll, werden in Form von DATA-Werten eingelesen.
Zusätzlich zu den α-Werten von Programm 39

0,1; 0,2; 0,3; . . . . . ; 0,9

werden noch die Werte 0,01 und 0,05 betrachtet. Um abschätzen zu können, wie stark der Prognosewert in Abhängigkeit von α variiert, werden alle Prognosewerte ausgedruckt.
Wie bei Programm 39 wird auch derjenige Wert von α angegeben, bei dem die quadratische Abweichungssumme von geglätteten und ungeglätteten Zeitreihenwerten am kleinsten ist.

Beispiel

Der Index der Aktienkurse (Jahresdurchschnittswerte) in der BRD seit 1975 betrug (zitiert nach [3]):

Jahr	Index
1975	94
1976	102
1977	101
1978	109
1979	106
1980	100
1981	102

Die angegebenen Kurse sind bezogen auf den Stand vom 29.12.1972 (= 100%). Eingabe dieser Werte ins Programm liefert für 1982 die Prognose 101,9 für $\alpha = 0{,}2$.
Gibt man den Prognosewert für 1982 mit den anderen Daten ins Programm ein, so erhält man eine Prognose für 1983. Die so erhaltenen Werte werden für die folgenden Jahre immer unsicherer.

```
100 REM PROGNOSE DURCH EXPONENTIELLES GLAETTEN VON DATEN
110 :
120 READ N : REM ANZAHL DER DATEN
130 READ P : REM ANZAHL DER ZU MITTELNDEN ZEITRAEUME
140 DIM Y(N),X(12),S(12)
150 :
160 FOR I=1 TO N
170 READ Y(I)
180 NEXT I
190 :
200 S=0
210 IF P<1 OR P>=N THEN PRINT"DATENFEHLER";END
220 DEF FNA(X)=INT(10*X+.5)/10
230 FOR I=1 TO 10
240 X(I)=0
250 S(I)=0
260 NEXT I
270 FOR I=1 TO P
280 S=S+Y(I)
290 NEXT I
300 T=S/P
310 A=.01:M=2
320 GOSUB 680
330 A=.05:M=3
340 GOSUB 680
350 FOR J=1 TO 9
```

```
360 A=J/10
370 M=J+3
380 GOSUB 680
390 NEXT J
400 :
410 REM BESTIMMEN DER FEHLERSUMME
420 R=S(2):L=2
430 FOR I=3 TO 12
440 IF S(I)>R THEN 470
450 R=S(I)
460 L=I
470 NEXT I
480 IF L=3 THEN 510
490 IF L>3 THEN 520
500 A=.01:GOTO 540
510 A=.05:GOTO 540
520 A=.1*(L-3)
530 :
540 PRINT"▓PROGNOSE DURCH EXPON.GLAETTEN▓"
550 PRINT"VORHERSAGE FUER ZEITRAUM ";N+1
560 PRINT"▓BESTER WERT FUER ALPHA ";A
570 PRINT"NACH DER METHODE DER KLEINSTEN QUADRATE"
580 PRINT"▓ALPHA          WERT"
590 PRINT" .01",FNA(X(2))
600 PRINT" .05",FNA(X(3))
610 FOR I=1 TO 9
```

```
 620 A=I/10
 630 K=3+I
 640 PRINT A,FNA(X(K))
 650 NEXT I
 660 END
 670 :
 680 REM UNTERPROGRAMM EXPONENTIELLES GLAETTEN
 690 Q=P+1
 700 E=0:F=T
 710 FOR I=Q TO N
 720 E=E+(F-Y(I))↑2
 730 F=A*Y(I)+(1-A)*F
 740 IF I<>N THEN 770
 750 X(M)=F
 760 S(M)=E
 770 NEXT I
 780 RETURN
 790 :
 800 DATA 7
 810 DATA 5
 820 DATA 94,102,101,109,106,100,102
READY.
```

PROGNOSE DURCH EXPON.GLAETTEN

VORHERSAGE FUER ZEITRAUM 8

BESTER WERT FUER ALPHA .2
NACH DER METHODE DER KLEINSTEN QUADRATE

ALPHA	WERT
.01	102.4
.05	102.3
.1	102.1
.2	101.9
.3	101.8
.4	101.7
.5	101.6
.6	101.6
.7	101.6
.8	101.7
.9	101.8

ANHANG A

SCHLÜSSEL-WÖRTER in Commodore-BASIC

ABS (absolute) gibt den Absolut-Betrag einer Zahl an

AND logische UND-Verknüpfung

ASC (ASCII-Character) ordnet jedem Zeichen die ASCII-Nummer zu (American Standard Code for Information Interchange)

CHR$ (character) ordnet jeder ASCII-Nummer das zugehörige Zeichen zu

CLR (clear) löscht alle Variablen und Dimensionierungen

CONT (continue) ermöglicht Fortsetzung des Programms nach Drücken der BREAK-Taste oder nach einem STOP-Befehl

DATA sind numerische und alphanumerische Variablenwerte, die innerhalb des Programms durch READ gelesen werden

DEFFN (define function) definiert eine Funktion, die mit Hilfe von FN. aufgerufen werden kann

DIM (dimension) reserviert Speicherplätze für Felder

END (end) stoppt die Programmausführung

FOR . . NEXT erzeugt eine Zähl-Wiederholungsanweisung (Schleife)

GET liest einzelne Zeichen von der Tastatur ein

GOSUB . . RETURN bewirkt Sprung in ein Unterprogramm und Rückkehr

GOTO (go to) Sprunganweisung

IF . . THEN Entscheidungs-Anweisung

INPUT ermöglicht Dateneingabe über Tastatur

INT (integer) rundet jede nicht-ganzzahlige Zahl auf die nächstkleinere ab

LEFT$ (left) trennt linken Teil einer alphanumerischen Variablen ab

LEN (length) gibt die Länge einer alphanumerischen Variablen an

LOG (logarithm) natürliche Logarithmus-Funktion zur Basis e=2.71828183 ...

MID$ trennt Teile einer alphanumerischen Variablen heraus

NEW löscht das Programm im Speicher

NOT logische Verneinung

ON . . GOSUB berechneter Sprung ins Unterprogramm

ON . . GOTO berechneter Sprung innerhalb des Programms

OR logische ODER-Verknüpfung

PEEK (peek) liest den Inhalt eines Speicherplatzes

POKE (poke) dient zur Beschreibung von Speicherplätzen

PRINT (print) ist Ausgabe-Anweisung

READ (read) siehe DATA

REM (remark) beginnt eine Kommentar-Zeile

RESTORE (restore) ermöglicht, daß DATA-Werte erneut gelesen werden können

RETURN (return) siehe GOSUB bzw. ON . . GOSUB

RIGHT$ (right) trennt den rechten Teil einer alphanumerischen Variablen ab

RND (random digit) erzeugt Zufallszahl

SGN (sign) gibt das Vorzeichen einer Zahl an

SQR (square root) liefert die Quadratwurzel einer Zahl

STEP (step) liefert Schrittweite der FOR . . NEXT-Schleife

STOP (stop) programmierbarer Halt innerhalb des Programms

STR$ (string) wandelt Zahl in eine alphanumerische Variable um

SYS ruft Maschinen-Programm auf

TAB Tabulator-Funktion

VAL (value) wandelt alphanumerische Variable in eine Zahl um

WAIT (wait) Anweisung zum Warten, bis eine bestimmte Taste gedrückt oder bestimmter Speicherplatz ungleich Null wird

STATISTISCHE LEBENSERWARTUNG [1]

Vollendetes Altersjahr [2]	Männliche Personen	Weibliche Personen
	Lebenserwartung in Jahren	
0	67,87	74,36
1	68,61	74,80
2	67,70	73,88
5	64,86	71,01
10	60,03	66,14
15	55,16	61,22
20	50,53	56,39
25	45,93	51,54
30	41,24	46,70
35	36,58	41,90
40	31,99	37,15
45	27,54	32,52
50	23,27	28,01
55	19,25	23,67
60	15,52	19,46
65	12,20	15,48
70	9,43	11,88
75	7,19	8,79
80	5,40	6,30
85	3,97	4,46
90	2,87	3,20

1) 1972/74 (abgekürzte Berechnung)

2) Es beziehen sich: das Alter 0 auf den Zeitpunkt der Geburt, die anderen Altersangaben auf den Zeitpunkt, an dem jemand genau x Jahre alt geworden ist

Quelle: Statistisches Jahrbuch 1976, Seite 73

ANHANG C

FORMELSAMMLUNG

p = Zinssatz in %

$q = 1 + \frac{p}{100}$ Zinsfaktor

K = Anfangskapital, Kredithöhe

B = Barwert

A = jährliche Annuität

i = Tilgungsrate in %

t = Zeit in Tagen

K_n = Endkapital

E = Endwert

m = Zahl der Zinsperioden pro Jahr

Zinsformel $\quad Z = \frac{Kpt}{360 \cdot 100}$ Zinsertrag

Kapitalendwert $\quad K_n = Kq^n$

Zinsfaktor, Rendite $\quad q = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K}}$

Konformer Zinssatz $\quad \overline{p} = (\sqrt[m]{q} - 1) \cdot 100\%$

Endbetrag regelmäßiger Zahlungen

$$E = \frac{R(q^n - 1)}{q - 1}$$ nachschüssig, jährliche Verzinsung

$$E = \frac{Rq(q^n - 1)}{q - 1}$$ vorschüssig, jährliche Verzinsung

$$E = R\left(\frac{m}{q-1} + \frac{m-1}{2}\right)(q^n - 1)$$ nachschüssig, unterjährige m-malige Verzinsung

$$E = R\left(\frac{m}{q-1} + \frac{m+1}{2}\right)(q^n - 1)$$ vorschüssig, unterjährige m-malige Verzinsung

Barwert regelmäßiger Zahlungen

$$B = \frac{R(q^n - 1)}{q^n(q-1)}$$ nachschüssig, ganzjährige Verzinsung

$$B = \frac{R(q^n - 1)}{q^{n-1}(q-1)}$$ vorschüssig, ganzjährige Verzinsung

$$B = \frac{R(\frac{m}{q-1} + \frac{m-1}{2})\,(q^n - 1)}{q^n}$$ nachschüssig, unterjährige m-malige Verzinsung

$$B = \frac{R(\frac{m}{q-1} + \frac{m+1}{2})\,(q^n - 1)}{q^{n-1}}$$ vorschüssig, unterjährige m-malige Verzinsung

Barwert einer ewigen Rente

$$B = \frac{R}{q-1}$$ nachschüssig

$$B = \frac{Rq}{q-1}$$ vorschüssig

Umwandlung eines Kapitals in Rente

$$R = \frac{Kq^n(q-1)}{q^n-1}$$ nachschüssig, ganzjährige Verzinsung

$$R = \frac{Kq^{n-1}(q-1)}{q^n-1}$$ vorschüssig, ganzjährige Verzinsung

$$R = \frac{Kq^n}{\left(\frac{m}{q-1} + \frac{m-1}{2}\right)(q^n-1)}$$ nachschüssig, unterjährige m-malige Verzinsung

$$R = \frac{Kq^{n-1}}{\left(\frac{m}{q-1} + \frac{m+1}{2}\right)(q^n-1)}$$ vorschüssig, unterjährige m-malige Verzinsung

Annuitätentilgung eines Darlehens

$$A = \frac{Kq^n(q-1)}{q^n-1}$$

$$i = \frac{p}{q^n-1}$$

$$n = \frac{\log\left(1 + \frac{p}{i}\right)}{\log q}$$

Ratentilgung eines Darlehens

$$A_K = \frac{K}{100 \cdot n}\left[100 + p\,(n-k+1)\right]$$ Annuität am Ende des k-ten Jahres

ANHANG D

LITERATURVERZEICHNIS

[1] Ayres F.: Finanzmathematik, Düsseldorf, New York 1979

[2] Bialy H., Olbrich M.: Optimierung, Leipzig 1975

[3] Bundeswirtschaftsministerium: Leistung in Zahlen '81, Bonn 1982

[4] Churchman C.W., Ackoff R.L., Arnoff E.L.: Operations Research, München, Wien 1971[5]

[5] Hartmann G., Hertel S.: Grundlagen des betrieblichen Rechnungswesens Band 1–3, Rinteln 1980[4]

[6] Herrmann D.: Mathematikprogramme in BASIC, Köln 1982

[7] Herrmann D.: Wahrscheinlichkeitsrechnung/Statistik – 30 Programme, Wiesbaden 1983

[8] Kohlas J.: Monte Carlo Simulation im Operations Research, Berlin, Heidelberg, New York 1972

[9] Krüger K.: Finanzmathematik, Paderborn 1977

[10] Löffelholz J.: Repetitorium der Betriebswirtschaftslehre, Wiesbaden 1980[6]

[11] Laux H.: Entscheidungskriterien bei Unsicherheit in : Wirtschaftswissenschaftliches Studium 4/1975, München

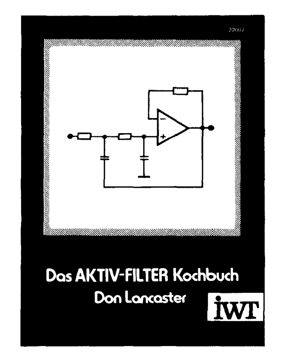
[12] Müller-Merbach H.: Mathematik für Wirtschafts-Wissenschaftler I, München 1974

[13] Schröder H.: Die Effektivverzinsung, Wiesbaden 1978

[14] Schwarze J.: Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler Band 3, Herne, Berlin 1981[5]

[15] Soom E.: Monte-Carlo-Methoden und Simulationstechnik, Bern, Stuttgart 1968

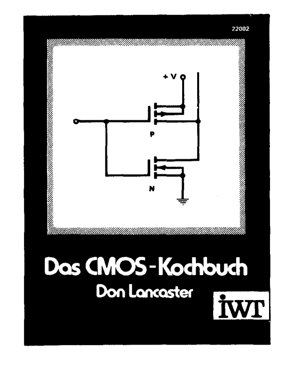
[16] Vogt H.: Aufgaben und Beispiele zur Wirtschaftsmathematik, Würzburg, Wien 1976



Das AKTIV-FILTER-Kochbuch

Von Don Lancaster, Übersetzung aus dem Amerikanischen, ca. 270 Seiten, mit zahlreichen Abbildungen, 1982,
ISBN 3-88322-007-8, geb., DM 48.—

Das AKTIV-FILTER-Kochbuch stellt ein praktisches, anwenderorientiertes Nachschlagewerk für jeden dar, der etwas über den Aufbau eines speziellen Filters wissen will. Der Name "Lancaster", auch Autor des CMOS-Kochbuches, steht für die Qualität dieses Werkes.



Das CMOS-Kochbuch

Von Don Lancaster, Übersetzung aus dem Amerikanischen, ca. 420 Seiten, mit zahlreichen Abbildungen, 1980,
ISBN 3-88322-002-7, geb. DM 48.—

Die digitale CMOS-Bausteinserie ist eine der modernsten und zukunftsichersten Logikfamilien. Hier liegt nun die erste und umfassendste neutrale Darstellung zu dieser modernen Technologie vor. Für alle Interessenten bringt "Das CMOS-Kochbuch" eine Fülle von wertvollen Informationen, die es sehr schnell zu einem unentbehrlichen Ratgeber für jeden Elektroniker machen werden.



Das CMOS-Taschenbuch, Band 1, Standardbausteine

ca. 230 Seiten, mit zahlreichen Abbildungen, 1981,
ISBN 3-88322-003-5, kart. , DM 32.—

Dieses Taschenbuch ist die ideale Ergänzung zum CMOS-Kochbuch. Es bietet eine übersichtliche Zusammenstellung der Standardtypen aller integrierten CMOS-Bausteine. Die Erfassung aller namhafter Hersteller sichert eine entsprechende Vollständigkeit.

In Vorbereitung: Band 2, Spezialbausteine. Inhalt:
Industrielle Steuerbausteine, Zeitgeber- und Uhrenschaltungen, Zähler, Mikroprozessoren, Mikroprozessor-Hilfsbausteine und Speicher. 2. Halbjahr 1983 , ca. 250 Seiten, **ISBN 3-88322-009-4, kart.**

TTL-Taschenbuch, Teil 1 und 2

TTL-Taschenbuch, Teil 1, 1983, ca. 300 Seiten,
ISBN 3-88322-008-6, kart. , DM 32.--
Teil 2, ISBN 3-88322-010-8, 1983, ca. 300 Seiten, **kart., DM 32.—**



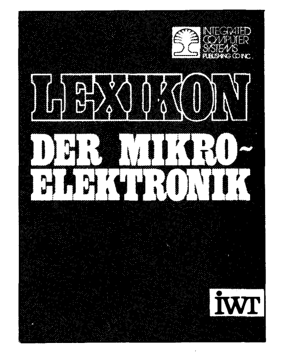
Das TTL-Taschenbuch bietet eine klar gegliederte Zusammenstellung aller gängigen TTL-Bausteine der namhaften Hersteller. Es sind alle aktuellen TTL-Familien, wie Standard-TTL, Low-Power-TTL, Schottky-TTL, Low-Power-Schottky-TTL, Advanced-Schottky-TTL, Advanced-Low-Power-Schottky-TTL, High-Speed-TTL, und Fast-Schottky-TTL erfaßt.
Wertvolle und unentbehrliche Informationen sind: Anschlußbild für die Pinbelegung, Inhaltsbeschreibung der Bausteine, Signale oder Pegel pro Anschluß, Ansteuerung und Signalabgabe, Anwendungsmöglichkeiten, wichtige Daten in Kurzform, abschließend Type und Name des Bausteins.
Hingegen werden die immer gleichen Informationen, die die TTL-Serie betreffen, nur einmal am Anfang des Buches aufgelistet, um die vielen Zusatzinformationen übersichtlich aufführen zu können.
Da nicht jeder Hersteller alle Bausteine produziert, wird diese Produktinformation am Schluß jedes Bandes in Tabellenform zusammengefaßt.

Wörterbuch der Computerei, E-D / D-E
mit Erläuterung der wichtigsten Begriffe



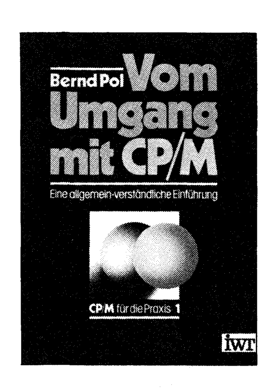
Von Dipl.-Ing. Günther Daubach, Leverkusen, ca. 120 Seiten, 1982, **ISBN 3-88322-011-6, kart., DM 32,–**

Wer hat nicht bereits verzweifelt vor seinem Personalcomputer-Manual gesessen und versucht, das "Computerchinesenglisch" zu verstehen? Hier hilft jetzt das Wörterbuch der Computerei mit seinen über tausend Begriffen in beiden Sprachen. Außerdem sind die wichtigsten Begriffe zusätzlich erklärt. Ein handliches Nachschlagewerk für jeden, der sich mit Computerei beschäftigt.



Lexikon der Mikroelektronik
784 Seiten, 1978, **ISBN 3-88322-000-0, geb. DM 137.--**

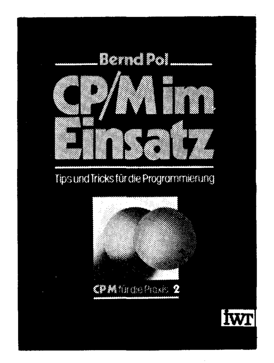
Das Lexikon gibt eine deutliche Erklärung der Produkte, Verfahren, Systeme, Techniken und Bauteile, wobei der Schwerpunkt darauf liegt, wie die Begriffe in der Industrie, von den Herstellern, Systemingenieuren und Anwendern gebraucht werden. Jeder, der mit Mikroelektronik und Mikrocomputertechnik zu tun hat, auch in artverwandten Gebieten der Technik, braucht dieses Nachschlagewerk mit mehr als 7000 Definitionen.



CP/M für die Praxis, Band 1:
Vom Umgang mit CP/M - Eine allgemeinverständliche Einführung

Von Bernd Pol, Stuttgart, ca. 350 Seiten mit zahlreichen praktischen Beispielen, 1982, **ISBN 3-88322-004-3, geb. DM 48,–**

Am Anfang dieser auf zunächst 8 Bände angelegten Reihe über das neue Betriebssystem CP/M steht eine allgemeinverständliche Einführung. Dem Charakter eines solchen Buches gemäß ist es experimentierend angelegt und führt den Leser im ständigen Kontakt mit dem Computer Schritt für Schritt zu einer umfassenden Übersicht bis hin zur Beherrschung des Systems auch bei Fehlfunktionen.



CP/M für die Praxis, Band 2:
CP/M im Einsatz - Tips und Tricks für die Programmierung

Von Bernd Pol, Stuttgart, ca. 350 Seiten, mit zahlreichen praktischen Beispielen, 1983, **ISBN 3-88322-006-X, geb., ca. DM 56.--**

Dieser Band beschreibt alle wichtigen Einzelheiten des BDOS-Kerns und der CBIOS-Systemschnittstelle, die man für den praktischen Einsatz wissen muß. Er gibt Hinweise zur Fehlerverminderung und -verhütung und enthält eine komplette Sammlung von Hilfsprogrammen, mit denen die Programm-Entwicklung wesentlich beschleunigt werden kann. Weitere Punkte: Aufbau eines CBIOS-Systems — Standardroutinen zur zeichenorientierten Ein- und Ausgabe — Standardroutinen zum Umgang mit Dateien — Fehlerbehandlung unter CP/M — Erweiterungsmöglichkeiten des CP/M-Betriebssystems — Kompatibilitätsfragen zu MP/M u.a.

In Vorbereitung: **Band 3: Vom Umgang mit CP/M 86** - Eine allgemeinverständliche Einführung. **ISBN 3-88322-005-1**

CBM 8050 - DOS - Listing
Betriebssystem im Detail

Von Dr. Ruprecht, München, 168 Seiten, zahlreiche Programme,

ISBN 3-88322-015-9, Ringordner, DM 104.--

In einer Art überdimensionalen Kreuzworträtsel ist es dem Autor gelungen, das Betriebssystem der CBM 8050 zu "knacken". Dieses Werk ist nicht nur für "tätige" Programmierer, sondern auch für "nur neugierige" Computer-Fans: Sie bekommen hier Einblick in das Zusammenwirken von zwei 6502-Prozessoren. Hinzu kommt der Datenverkehr über PIAs mit dem Rechner. Dieses System arbeitet dann sehr selbständig zeitlich parallel. Ein Leckerbissen für alle, die ihren Commodore noch besser nutzen wollen.





Herrmanns CBM Programmsammlung in Basic
Band 1: Spiele, Knobeleien und Simulationen

Von Dietmar Herrmann, Anzing, ca. 120 Seiten, 1982
ISBN 3-88322-013-2, kart., DM 32.–

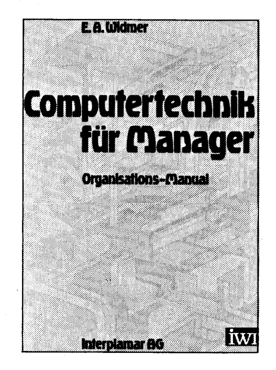
Der erste Band einer neuen Reihe, die mit zahlreichen Programmen für Spiele und "ernsthafte ' Themen den Commodore-Computer dem Benutzer näherbringt. Dietmar Herrmann hat aus seiner Schulpraxis heraus Programme entwickelt, die das Lernen und Spielen mit dem Computer zum Vergnügen machen.



Herrmanns CBM Programmsammlung in Basic
Band 2: Wirtschaft

Von Dietmar Herrmann, Anzing, ca. 180 Seiten, 1983
ISBN 3-88322-014-0, kart., DM 32.–

Jetzt wird es ernst: Hier wird Ihnen gezeigt, wie Sie Ihren Commodore-Computer für sich arbeiten lassen können: Er hilft Ihnen z.B., Ihren Lohnsteuer-Jahresausgleich oder die Einkommensteuer-Erklärung zu erledigen, zeigt Ihnen grafisch, wohin die Staatsverschuldung geht — oder auch Ihre eigene, berechnet Ihre Zinsen (Soll oder Haben) auf der Bank, oder wie Sie Ihr Haus finanzieren können.



Computertechnik für Manager
Organisations-Manual

Von Emil A. Widmer, Zug, Schweiz. Mit einem Vorwort von Dr. rer.pol. Peter G. Rogge, 222 Seiten mit zahlreichen Abb. und Organisationsschemata, 1981. Vertriebsrechte für alle Länder mit Ausnahme der Schweiz.

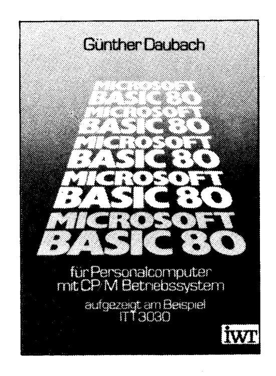
ISBN 3-88322-019-1, geb. DM 128,–
ISBN 3-88322-020-5, Ringordner DM 158,–
Best.-Nr. IWT 205-X Zusätzliche Arbeitsblätter und Organisationsformulare, Satz DM 48,–

Dieses Fachbuch wurde innerhalb kürzester Zeit in der Schweiz zu einem Bestseller. Es gibt dem Manager das Rüstzeug schnell und umfassend den EDV-orientierten Ablauf des Betriebes in den Griff zu bekommen. Das Buch wurde von der Beratungsfirma Interplamar aus der Praxis für die Praxis entwickelt. Durch die Arbeitsblätter kann das Organisationsmanual in allen Bereichen eines Betriebes eingesetzt werden.

Fordern Sie unseren ausführlichen Sonderprospekt an!

In Vorbereitung:

Computertechnik für Manager II: Management-Informationssysteme
ISBN 3-88322-021-3, geb., ca DM 128,–
ISBN 3-88322-022-1, Ringordner, ca. DM 158,–



Microsoft BASIC 80

Für Personalcomputer mit CP/M Betriebssystem

aufgezeigt am Beispiel ITT 3030

Von Dipl. Ing. Günther Daubach, Burscheid, 306 Seiten, 1983,
ISBN 3-88322-024-8, Spiralh., DM 56.-

Hier wird ausführlich die BASIC Version der Firma Microsoft beschrieben, die auf einer Vielzahl von Mikrocomputersystemen eingesetzt wird. Der ITT 3030 wird nur gewählt, um das Thema irgendwo "aufhängen" zu können. BASIC 80 ist CP/M-lauffähig, wird aber auch unter anderen Betriebssystemen in ähnlicher Form verwendet, dadurch ist dieses Buch breit einsetzbar.
Teil 1 gibt eine kurze Einführung in die Grundlagen; die Aufgaben von Sprach-Interpretern und Compilern werden erläutert. Teil 2 enthält eine umfassende Beschreibung aller Anweisungen, Befehle und Funktionen. Zahlreiche Beispiele runden diesen Teil ab. Teil 3 beschreibt die Anwendung des BASIC 80 Compilers und seine Unterschiede zum Interpreter.

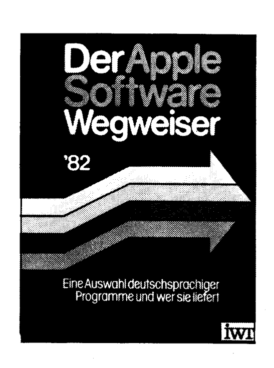
TRS-80 Assembler-Programmierung

Von Dipl. Ing. Günther Daubach, Burscheid, ca. 180 Seiten,
in Vorbereitung 1983,
ISBN 3-88322-017-5, kart., ca. DM 48.—

Für den Anfänger eine verständliche Einführung in die "Muttersprache" des TRS-80 mit zahlreichen Erklärungen der Befehle an den Z80 Mikroprozessor, für den Kenner der Assemblerprogrammierung eine Erweiterung seines Wissens über Details, wie z.B. die Verwendung nützlicher ROM-Routinen und die Speicherung von Variablen, Datenaufzeichnung auf Cassette und Diskette, sowie auch die Unterschiede zwischen TRS-80, Modell I und III.

In Vorbereitung: **TRS 80 Basic Trick Buch**
Von Dipl. Ing. Günther Daubach, Burscheid, **ISBN 3-88322-018-3**

In Vorbereitung: **Einführung in LOGO** (Arbeitstitel)
Von Prof. Harold Abelson. Bearbeitet und mit einem Nachwort versehen von Prof. Herbert Löthe, Rommelshausen,
ISBN 3-88322-023-X



Der APPLE-Software Wegweiser '82

Eine Auswahl deutschsprachiger Programme und wer sie liefert

Mit einem Vorwort von Dipl.-Ing. Günther Daubach, Leverkusen,
ca. 150 Seiten, 1982, **ISBN 3-88322-012-4, kart., DM 32,—**

Der APPLE-Software Wegweiser bietet erstmals die Möglichkeit, gezielt nach den verschiedenen Kriterien: Programme, Hersteller, Sach- und Fachgruppe spezielle Programme auszuwählen. Ein ausführliches Register und ein alphabetisches Händlerverzeichnis runden den "Wegweiser" ab. Er soll jährlich einmal — auf den neuesten Stand gebracht — erscheinen.



Der APPLE Hardware und Peripherie Wegweiser 83

Eine umfassende Sammlung deutscher und internationaler Produkte und wer sie liefert.

Mit einem Vorwort von Armin P. Landsberg, München, 262 Seiten,
1983, **ISBN 3-88322-025-6, kart., DM 42.—**

Dieser APPLE Wegweiser wendet sich an alle Benutzer, die nach geeigneten kompatiblen Erweiterungen ihrer Systeme suchen. Das Buch umfaßt 300 Produkteintragungen mit 120 Lieferantenadressen deutscher und internationaler Hersteller und Anbieter. Die Unterteilung in 27 Hauptkategorien und 86 Produktklassen, ergänzt durch einen umfangreichen Index, ermöglicht eine klare und schnelle Produkteinschätzung.

ISBN3 883 22014 0